

Übungsaufgaben zur Linearen Algebra und Analytischen Geometrie II

Prof. Dr. Birgit Richter

Sommersemester 2013

Blatt 7

Abgabetermin: Montag, 3. Juni 2013, 14:05h H1

Name: _____

Aufgabe 31 Kreuzen Sie nur jeweils eine Antwort an, geben Sie keine Begründung an. Für jede korrekte Antwort gibt es einen Punkt, für jeden Fehler einen Minuspunkt; insgesamt aber schlimmstenfalls 0 Punkte. Es sei K ein Körper und f sei ein Endomorphismus eines endlich-dimensionalen K -Vektorraums.

	richtig	falsch
Ist die Matrix $A \in M(n \times n; K)$ nilpotent, so ist $\det A = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ist $A \in M(n \times n; K)$ nilpotent, so ist immer $A^n = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Es gibt nicht-triviale nilpotente 1×1 -Matrizen über K .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ist $A \in M(n \times n; K)$ nilpotent, so ist $P_A(X) = (-1)^n X^n$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Jede Matrix $A \in M(n \times n; K)$ ist ähnlich zur Begleitmatrix von $(-1)^n P_A(X)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Hat $P_f(X)$ Koeffizientensumme 0, so ist 1 immer Eigenwert von f .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 32 Sie haben in Aufgabe 28 die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & -1 & -1 & 1 & -3 \\ -4 & 3 & 3 & 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

auf Jordan-Normalform gebracht. Stellen Sie die entsprechenden Basiswechselmatrizen auf.

6 Punkte

Aufgabe 33 Lösen Sie die Differentialgleichung

$$X' = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 10 & -1 \\ 4 & 14 \end{pmatrix} X$$

mit Anfangswerten $X(0) = (c_1, c_2)^t$, indem Sie die Matrix auf Jordan-Gestalt bringen.

6 Punkte

Aufgabe 34 Es sei $A \in M(n \times n; K)$ nilpotent.

a) Was ist die Determinante der Matrix $E_n + A$?

b) Kann die Spur von A , $\text{tr}(A)$, nicht-trivial sein? (Die Spur von A ist definiert als die Summe der Diagonaleinträge.)

4+6 Punkte

Aufgabe 35 Ist die Exponentialabbildung $e: M(n \times n; K) \rightarrow GL_n(K)$, $A \mapsto e^A$, surjektiv für $K = \mathbb{R}$ oder $K = \mathbb{C}$?

6 Punkte