Übungsaufgaben zur Linearen Algebra und Analytischen Geometrie II

Prof. Dr. Birgit Richter

Sommersemester 2013

Blatt 1 Abgabetermin: Montag, 15. April 2013, 14:05h H1

Name: ____

Aufgabe 1 Kreuzen Sie nur jeweils eine Antwort an, geben Sie keine Begründung an. Für jede korrekte Antwort gibt es einen Punkt, für jeden Fehler einen Minuspunkt; insgesamt aber schlimmstenfalls 0 Punkte.

Wiederholungsaufgabe zu Determinanten, Basistransformationen und linearen Gleichungssystemen. Es sei K ein beliebiger Körper und $A \in M(n \times n; K)$. Es sei $\mathcal{B}_1$ die Basis $\left(\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}\right)$ des $\mathbb{R}^2$ und es sei $\mathcal{B}_2$ die Basis $\left(\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\right)$.

	richtig	falsch
Sind die Diagonaleinträge von A gleich null, so ist immer $\det(A) = 0$.	☐	☐
Ist A nicht invertierbar, so gibt es immer ein $c \in K^n$, so dass $Ax = c$ keine Lösung hat.	☐	☐
Ist $\lambda \in K$ und $\lambda \neq 0$, so ist der Rang von λA immer gleich dem Rang von A.	☐	☐
Die Transformationsmatrix $T_{\mathcal{B}_1}^{\mathcal{B}_2}$ ist $\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}$.	☐	☐
Die Transformationsmatrix $T_{\mathcal{B}_2}^{\mathcal{B}_1}$ ist $\begin{pmatrix}1 & 1\\-1 & 1\end{pmatrix}$.	☐	☐
Die Transformationsmatrix $T_{\mathcal{B}_2}^{\mathcal{B}_1}$ ist $\begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}$.	☐	☐

Aufgabe 2

a) Es sei $A = \begin{pmatrix}0 & 1\\4 & 3\end{pmatrix} \in M(2 \times 2; \mathbb{R})$. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von A. Ist A diagonalisierbar?

b) Es sei K ein beliebiger Körper und V ein endlich-dimensionaler K-Vektorraum. Wir betrachten zwei beliebige Endomorphismen $g, f\colon V \to V$. Beweisen Sie, dass die Eigenwerte von $g \circ f$ und $f \circ g$ übereinstimmen.

4+4 Punkte

Aufgabe 3

Es sei $n \geqslant 1$ und $g\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ der Endomorphismus,

$$g\begin{pmatrix}x_1\\\vdots\\x_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_n\\\vdots\\x_1\end{pmatrix}.$$

Welche Eigenwerte hat g? Beantworten Sie diese Frage für alle $n \geqslant 1$. Welche Eigenvektoren kommen vor?

6 Punkte

Aufgabe 4

a) Bestimmen Sie das Signum, sign, der Permutation

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\\5 & 3 & 1 & 4 & 2\end{pmatrix}.$$

b) Es sei $A = (a_{i,j}) \in M(n \times n; \mathbb{Q})$ mit $n \geqslant 2$ und $a_{i,j} = i - j$. Bestimmen Sie den Rang von A.

4 + 4 Punkte

Aufgabe 5

Auf der Internetseite `http://askLA.math.uni-hamburg.de` finden Sie ein Frage & Antwort-System zu dieser Vorlesung. Ihre Aufgabe besteht darin, als Gruppe

- mindestens einen persönlichen Account auf der Seite anzumelden,

- das Abzeichen (Badge) 'Scholar' dadurch zu sammeln, dass Sie mindestens eine geeignete Frage zur Vorlesung stellen und
- das Abzeichen 'Teacher' dadurch zu sammeln, dass Sie mindestens eine hilfreiche Antwort verfassen.

Weitere Hilfestellung, sowie Details zur Bewertung der Aufgabe, erhalten Sie auf der Seite selbst. Für Fragen oder bei Problemen im Zusammenhang mit dieser Aufgabe ist vom 8.4. bis zum 12.4. eine tägliche Sprechstunde von 13-14 Uhr in Raum 336 (Geomatikum) eingerichtet. Bitte notieren Sie auf der Abgabe Ihre Benutzernamen.

6 Punkte