# Übungsaufgaben zur Funktionentheorie (Bachelor)

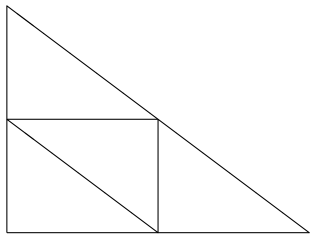
Prof. Dr. Birgit Richter

Sommersemester 2012

**Blatt 5** Abgabetermin: **Montag, 14. Mai 2012**

**Aufgabe 17** (3 Punkte)

Es sei $\Delta \subset \mathbb{C}$ ein Dreieck und $\Delta'$ die Unterteilung in Dreiecke, die durch das Verbinden der Mittelpunkte der Kanten von $\Delta$ entsteht. Zeigen Sie, dass alle vier entstehenden Dreiecke zueinander kongruent sind und dass der Durchmesser jedes dieser Dreiecke halb so groß ist wie der Durchmesser von $\Delta$, $\mathrm{diam}(\Delta)$.



**Aufgabe 18** (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle $y \in \mathbb{R}$ gilt

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x+iy)^2} dx = \sqrt{\pi}.$$

Sie dürfen benutzen, dass $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ ist.

**Aufgabe 19** (2 + 2 Punkte)

Finden Sie eine geschickte Art, die folgenden Integrale zu bestimmen:

a) $\int_0^{2\pi} e^{it+e^{it}} dt$,

b) $\int_{\partial B_3(0)} \frac{e^z}{z^2+2z} dz$.

**Aufgabe 20** (4 Punkte)

Es sei $U \subset \mathbb{C}$ ein sternförmiges Gebiet, $f\colon U \to \mathbb{C}$ sei holomorph und $f(z) \neq 0$ auf $U$ mit Ableitung $f'(z)$. Zeigen Sie, dass es eine holomorphe Funktion $h$ auf $U$ gibt mit $e^{h(z)} = f(z)$ für alle $z \in U$.