

Übungsaufgaben zur Funktionentheorie (Bachelor)

Prof. Dr. Birgit Richter
Sommersemester 2012

Blatt 4

Abgabetermin: Montag, 7. Mai 2012

Aufgabe 13

(2+1+1 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die Einschränkung des Hauptzweigs des komplexen Logarithmus auf $\mathbb{C} \setminus (-\infty, 0]$ holomorph ist.

b) Warum schließt man die negative reelle Achse aus?

c) Geben Sie eine explizite Formel für den Hauptzweig des Logarithmus an.

Aufgabe 14

(1 + 1 + 2 Punkte)

a) Leiten Sie her, dass für reelle y gilt, dass $\cos(iy) = \cosh(y)$ und $\sin(iy) = i \sinh(y)$.

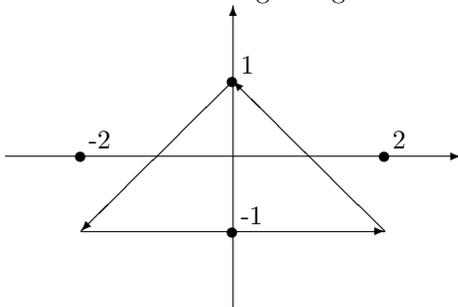
b) Was ist $\cosh^2(z) - \sinh^2(z)$ für alle $z \in \mathbb{C}$?

c) Geben Sie Streifen an, auf denen \cosh bijektiv ist, und geben Sie das zugehörige Bild an.

Aufgabe 15

(2 + 2 Punkte)

Betrachten Sie die folgende geschlossene Kurve γ in \mathbb{C} :



Geben Sie eine explizite Parametrisierung der Kurve an und berechnen Sie die Integrale $\int_{\gamma} z dz$ und $\int_{\gamma} \bar{z} dz$ per Hand. (Sie sollten sich natürlich vorher überlegen, welches Ergebnis Sie erwarten.)

Aufgabe 16

(3 Punkte)

Zeigen Sie, dass weder der komplexe Sinus noch der komplexe Kosinus beschränkt sind.