

Übungsaufgaben zur Funktionentheorie (Bachelor)

Prof. Dr. Birgit Richter

Sommersemester 2012

Blatt 12

Abgabetermin: **Montag, 9. Juli 2012**

Aufgabe 45

(2+2 Punkte)

Berechnen Sie $\int_{\partial B_1(0)} \frac{e^z}{z^4}$, einmal

- mit der Cauchy-Integralformel und zum anderen
- mit Hilfe des Residuensatzes.

Aufgabe 46

(1+2 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Nullstellen der Abbildung $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) := e^{1/z} - 1$ zusammen mit ihrer Vielfachheit.

b) Es sei $\gamma(t) = i + \frac{7}{8}e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$. Bestimmen Sie

$$\int_{\gamma} g(z) dz$$

für

$$g(z) = \frac{e^{1/z}}{z^2(e^{1/z} - 1)}.$$

Aufgabe 47

(3 Punkte)

Es sei $f: \mathbb{C} \setminus \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-2)}$. Welche Werte kann $\int_{\gamma} f(z) dz$ annehmen, wenn γ ein beliebiger geschlossener Integrationsweg in $\mathbb{C} \setminus \{1, 2\}$ ist?

Aufgabe 48

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die Integrale

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{m-1}}{1+x^n} dx$$

für alle natürlichen Zahlen m, n mit $0 < m < n$. (Euler kannte das Ergebnis schon 1743.)