

# Übungsaufgaben zur Funktionentheorie (Bachelor)

Prof. Dr. Birgit Richter

Sommersemester 2012

**Blatt 12**

Abgabetermin: **Montag, 9. Juli 2012**

**Aufgabe 45**

(2+2 Punkte)

Berechnen Sie  $\int_{\partial B_1(0)} \frac{e^z}{z^4}$ , einmal

- mit der Cauchy-Integralformel und zum anderen
- mit Hilfe des Residuensatzes.

**Aufgabe 46**

(1+2 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Nullstellen der Abbildung  $f: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $f(z) := e^{1/z} - 1$  zusammen mit ihrer Vielfachheit.

b) Es sei  $\gamma(t) = i + \frac{7}{8}e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ . Bestimmen Sie

$$\int_{\gamma} g(z) dz$$

für

$$g(z) = \frac{e^{1/z}}{z^2(e^{1/z} - 1)}.$$

**Aufgabe 47**

(3 Punkte)

Es sei  $f: \mathbb{C} \setminus \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-2)}$ . Welche Werte kann  $\int_{\gamma} f(z) dz$  annehmen, wenn  $\gamma$  ein beliebiger geschlossener Integrationsweg in  $\mathbb{C} \setminus \{1, 2\}$  ist?

**Aufgabe 48**

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die Integrale

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{m-1}}{1+x^n} dx$$

für alle natürlichen Zahlen  $m, n$  mit  $0 < m < n$ . (Euler kannte das Ergebnis schon 1743.)