

Diskrete Mathematik – Übungsblatt 9

Sommersemester 2021

Christian Reiher, Kevin Sames

1. Es seien $n \geq 3$ eine natürliche Zahl und K_n^- der Graph, den man aus K_n erhält, indem man eine Kante löscht. Man berechne $T(K_n^-)$.
2. Es sei $n \geq 2$ eine natürliche Zahl. Für $k \in [n-1]$ sei N_k die Anzahl der Bäume mit Eckenmenge $[n]$, bei denen die Ecke n den Grad k hat.
 - (a) Man zeige $(n-k-1)N_k = k(n-1)N_{k+1}$ für alle $k \in [n-2]$.
 - (b) Man folgere $N_k = \binom{n-2}{k-1}(n-1)^{n-1-k}$ für alle $k \in [n-1]$.
 - (c) Hieraus schließe man $T(K_n) = n^{n-2}$.

Hinweis. Bei dieser Aufgabe dürfen Sie weder Satz 8.2 noch Lemma 8.3 aus der Vorlesung benutzen. Allerdings dürfen Sie bei der Bearbeitung der Teilaufgaben (b) und (c) die Ergebnisse der vorangegangenen Teilaufgaben auch dann verwenden, wenn Sie diese Teilaufgaben nicht gelöst haben.

3. Es sei (X, \mathcal{L}) ein Paar, das aus einer endlichen Mengen von Punkten und einer Menge $\mathcal{L} \subseteq \mathcal{P}(X)$ von Geraden besteht und die Eigenschaften (P1) und (P2) aus Definition 9.1 besitzt. Allerdings möge (P0) nicht gelten. Man beweise, dass eine Gerade $L \in \mathcal{L}$ mit $|L| \geq |X| - 1$ existiert.
4. Jeder der sieben Punkte der Fano-Ebene werde rot oder grün gefärbt. Man beweise, dass eine Gerade existiert, deren drei Punkte die gleiche Farbe haben.

Abgabe am Mittwoch, den 16. Juni, 10 Uhr