Diskrete Mathematik – Übungsblatt 8
Sommersemester 2021

Christian Reiher, Kevin Sames

---

1. Es seien X eine Menge mit $|X| = n$ und $\mathfrak{A} \subseteq \mathcal{P}(X)$ have die Eigenschaft, dass es keine drei paarweise verschiedenen Mengen $F, G, H \in \mathfrak{A}$ mit $F \subseteq G \subseteq H$ gebe. Man beweise, dass $|\mathfrak{A}| \leqslant 2\binom{n}{\lfloor n/2 \rfloor}$ gilt.

2. Es seien $a_1, \ldots, a_n$ reelle Zahlen mit $|a_i| \geqslant 1$ für alle $i \in [n]$. Man beweise, dass die Anzahl der n-Tupel $(\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n) \in \{-1, +1\}^n$ mit
$$|\varepsilon_1 a_1 + \cdots + \varepsilon_n a_n| < 1$$
höchstens $\binom{n}{\lfloor n/2 \rfloor}$ beträgt.

3. Es sei $n \geqslant 9$ eine ganze Zahl und X eine Menge mit $|X| = n$. Ferner seien $S_1, \ldots, S_n \subseteq X$ Teilmengen mit $|S_i \cap S_j| \leqslant 7$ für alle $\{i, j\} \in [n]^{(2)}$. Man beweise, dass ein Index $i \in [n]$ mit $|S_i| \leqslant 3\sqrt{n}$ existiert.

4. Es sei $n \geqslant 2$ eine ganze Zahl. Man bestimme die Anzahl aller Bäume mit Eckenmenge $[n]$, bei denen alle Ecken entweder den Grad 1 oder den Grad 3 haben.

Abgabe am Mittwoch, den 9. Juni, 10 Uhr