Diskrete Mathematik – Übungsblatt 4
Sommersemester 2021

Christian Reiher, Kevin Sames

---

1. Es sei G ein Graph mit mindestens zwei Ecken. Man beweise, dass es zwei Ecken von G gibt, die den gleichen Grad haben.

2. Es sei G ein Graph, in dem jede Ecke höchstens den Grad 3 hat. Man beweise, dass eine Partition $V(G) = A \cup B$ mit der Eigenschaft existiert, dass sowohl in $G[A]$ als auch in $G[B]$ jede Ecke höchstens den Grad 1 hat.

3. Es sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph, der zwei Ecken x und y mit ungeradem Grad besitzt. Alle anderen Ecken von G mögen geraden Grad haben. Man beweise, dass es einen Spaziergang $v_0 e_1 v_1 e_2 \dots e_m v_m$ mit den folgenden Eigenschaften gibt:

   - $v_0 = x$ und $v_m = y$
   - $V = \{v_0, v_1, \dots, v_m\}$
   - $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ und $|E| = m$

4. Ein *Turnier* ist ein gerichteter Graph, der für je zwei verschiedene Ecken u und v genau eine der beiden gerichteten Kanten (u, v) oder (v, u) besitzt.

   Es sei $G = (V, E)$ ein Turnier. Man beweise, dass G einen gerichteten Weg $v_1 \dots v_n$ enthält, der jede Ecke genau einmal durchläuft.

Abgabe am Mittwoch, den 5. Mai, 10 Uhr