Diskrete Mathematik – Übungsblatt 3

Sommersemester 2021

Christian Reiher, Kevin Sames

---

1. Für natürliche Zahlen $n \geqslant k \geqslant 1$ sei $S(n,k)$ die Anzahl der Äquivalenzrelatioen auf $[n]$ mit k Äquivalenzklassen.

   (a) Es seien $n \geqslant k \geqslant 1$ natürliche Zahlen. Man beweise, dass es genau $k!S(n,k)$ surjektive Funktionen von $[n]$ nach $[k]$ gibt.

   (b) Es seien m und n natürliche Zahlen. Man beweise, dass

   $$m^n = \sum_{k=1}^{n} S(n,k) \prod_{j=0}^{k-1} (m-j)\,.$$

   Hinweis: Zählen Sie die Funktionen von $[n]$ *nach* $[m]$ *auf zwei Arten.*

2. Das *Komplement* eines Graphen $G = (V,E)$ ist der Graph $\overline{G} = (V, V^{(2)} \smallsetminus E)$.

   Man beweise, dass für jeden Graphen G mindestens einer der beiden Graphen G und $\overline{G}$ zusammenhängend ist.

3. Ein Graph heißt *selbstkomplementär*, wenn er zu seinem eigenen Komplement isomorph ist. Für welche der folgenden Zahlen n gibt es einen selbstkomplementären Graphen mit n Ecken: $n = 4$, $n = 5$, $n = 10$.

4. Es sei F ein Graph mit drei Ecken und genau zwei Kanten. Man beschreibe alle Graphen, die keinen induzierten Teilgraphen besitzen, der zu F isomorph ist.

Abgabe am Mittwoch, den 28. April, 10 Uhr