

Graphentheorie 1 – Übungsblatt 7

Sommersemester 2020

Christian Reiher, Kevin Sames, Bjarne Schülke, Mathias Schacht

31. Man zeige, dass jeder zusammenhängende ebene Graph mit $n \geq 3$ Ecken, m Kanten und Taillenweite $g < \infty$ die Ungleichung $m \leq \frac{g}{g-2}(n-2)$ erfüllt.
32. Ein Fußball ist aus beliebig geformten Fünfecken und Sechsecken so zusammengenäht, dass die Nähte einen kubischen Graphen bilden. Wie viele Fünfecke hat der Fußball?
33. Ein Graph heißt *outerplanar*, wenn er eine Zeichnung besitzt, bei der alle Ecken auf dem Rand des Außengebietes liegen. Man zeige, dass ein Graph genau dann outerplanar ist, wenn er weder K^4 noch $K_{2,3}$ als Minor enthält.
34. Es seien G ein Graph und B_1, \dots, B_r seine Blöcke. Wie kann man $\chi(G)$ berechnen, wenn $\chi(B_1), \dots, \chi(B_r)$ bekannt sind?
35. Ein Graph G mit $\chi(G) = k$ heißt *kritisch k -chromatisch*, wenn $\chi(G - v) < k$ für jede Ecke $v \in V(G)$ gilt.
 - (a) Man bestimme alle kritisch 3-chromatischen Graphen.
 - (b) Man zeige, dass jeder Graph H mit $\chi(H) \geq k$ einen kritisch k -chromatischen Untergraphen hat.
 - (c) Es sei G ein kritisch k -chromatischer Graph. Man zeige, dass $\delta(G) \geq k - 1$.

Diskussion am Freitag, den 19. Juni

Hinweise

31. Für $g = 3$ wissen Sie das aus der Vorlesung. Im allgemeinen Fall kann man so ähnlich vorgehen. Wenn der Graph 2-zusammenhängend ist, kommt man mit doppeltem Abzählen zum Ziel und der allgemeine Fall lässt sich hierauf zurückführen.
32. Euler und doppeltes Abzählen.
33. Man simuliere die Outerplanarität durch eine geeignete Modifikation des betrachteten Graphen G .
34. Wie können die Färbungen verschiedener Blöcke einander beeinflussen?
35. (a) Was wissen wir über bipartite Graphen und ungerade Kreise? (b) Was passiert, wenn man schrittweise Ecken löscht? (c) Wie kann es passieren, dass $\chi(G - v) < \chi(G)$?