

Graphentheorie 1 – Übungsblatt 5

Sommersemester 2020

Christian Reiher, Kevin Sames, Bjarne Schülke, Mathias Schacht

21. Es seien G ein Graph und $k \in \mathbb{N}$. Man beweise, dass G genau dann eine aus k Kanten bestehende Paarung enthält, wenn für alle $S \subseteq V(G)$ die Ungleichung $q_G(S) \leq |G| + |S| - 2k$ gilt.
22. Jemand hat 1001 Mäuse im Labor. Man zeige, dass mindestens eine der beiden folgenden Aussagen gilt:
 - (a) Man kann 51 Mäuse derart auswählen, dass keine ausgewählte Maus von einer anderen ausgewählten Maus abstammt.
 - (b) Es lassen sich 21 Mäuse derart auswählen, dass von je zweien derselben eine direkter Nachfahre der anderen ist.
23. Man zeige, dass der Satz von Dilworth (Korollar 1.5.2) den Satz von König (Satz 1.1.1) impliziert.
24. Für einen Graphen G bezeichne $\alpha(G)$ die größte Mächtigkeit einer unabhängigen Eckenmenge in G . Zeige, dass die Ecken von G durch höchstens $\alpha(G)$ disjunkte Teilgraphen überdeckbar sind, die jeweils isomorph sind zu einem Kreis, einem K^2 , oder einem K^1 .
25.
 - (a) Zeige, dass für jede Kante e eines 2-zusammenhängenden Graphen $G \neq K^3$ stets $G - e$ oder G/e wiederum 2-zusammenhängend ist.
 - (b) Enthält jeder 2-zusammenhängende Graph $G \neq K^3$ eine Kante e , für die G/e wiederum 2-zusammenhängend ist?

Diskussion am Freitag, den 29. Mai.

Hinweise

21. Warum ist der Fall $2k > |G|$ trivial? Im Fall $2k \leq |G|$ definiere man einen geeigneten Hilfsgraphen G' mit $|G'| = 2|G| - 2k$ und wende den 1-Faktorensatz von Tutte auf G' an.
22. Wie kann man den Satz von Dilworth ins Spiel bringen?
23. Definiere eine partielle Ordnung, deren (nicht-triviale) Ketten die Kanten des Graphen sind.
24. Suche einen zu K^1 oder K^2 oder einem Kreis isomorphen Teilgraphen H , von dem mindestens eine Ecke keinen Nachbarn in $G - H$ hat. Dann verwende Induktion nach α .
25. Induktion mit Hilfe der „Konstruktion aller 2-zusammenhängenden Graphen“.