Graphentheorie 1 – Übungsblatt 2

Sommersemester 2020

Christian Reiher, Kevin Sames, Bjarne Schülke, Mathias Schacht

6. Man zeige, dass jeder Baum T mindestens $\Delta(T)$ Blätter hat.
7. Es sei $\mathcal{T}$ eine Menge von Teilbäumen eines Baumes T und $k \in \mathbb{N}$.
 - (i) Man zeige, dass wenn je zwei Bäume aus $\mathcal{T}$ einen nicht leeren Schnitt haben, auch der Schnitt $\bigcap \mathcal{T}$ aller Bäume aus $\mathcal{T}$ nicht leer ist.
 - (ii) Man zeige, dass es entweder k paarweise disjunkte Bäume in $\mathcal{T}$ gibt, oder eine Menge von höchstens $k - 1$ Ecken von T alle Bäume aus $\mathcal{T}$ trifft.
8. Es seien F und F' zwei Wälder auf der gleichen Eckenmenge mit $\|F\| < \|F'\|$. Man beweise, dass es eine Kante $e \in E(F') \setminus E(F)$ geben muss, für die $F + e$ ein Wald ist.
9. Man beweise oder widerlege, dass in jedem zusammenhängenden Graphen ein Kantenzug existiert, der jede Kante in jeder ihrer beiden Richtungen genau einmal durchläuft.
10. Man zeige, dass jeder zusammenhängende Graph G einen Weg der Länge $\min\{2\delta(G), |G| - 1\}$ enthält.

Diskussion am Freitag den 8. Mai

Hinweise

6. Wie macht man aus verschiedenen Nachbarn verschiedene Blätter?
7. Am einfachsten geht's mit Induktion nach $|T|$; was für eine Ecke könnte man im Induktionsschritt am besten fortlassen? Auch Induktion nach $|\mathcal{T}|$ ist möglich.
8. Betrachte die Zusammenhangskomponenten von F .
9. Betrachte einen längsten Kantenzug, der keine Kante mehr als einmal in jeder Richtung durchläuft. Oder verwende Induktion.
10. Betrachte einen längsten Weg P in G . Wo liegen die Nachbarn seiner Endecken? Kann G einen Kreis auf $V(P)$ enthalten?