

Übungsblatt 1

(Abgabe 25.10.10 vor der Vorlesung)

1. Überlegen Sie sich, warum die Bedingung $c'(t) \neq 0$ in der Definition einer regulären Kurve wichtig ist. Begründen Sie ihre Überlegung mit Hilfe eines Beispiels und einer Skizze.

Bemerkung: In ihrem Beispiel soll c keine konstante Abbildung sein.

2. Herr Müller geht mit seinem Hund im \mathbb{R}^2 Gassi. Zum Zeitpunkt $t \in [0, \infty)$ befindet sich der Hund am Punkt $(t, 0)$. Herr Müller befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ am Punkt $(0, 1)$. Längs welcher Kurve muss er sich bewegen, damit die Hundeleine für alle $t \in [0, \infty)$ ein Geradenstück der Länge 1 ist?
3. Es seien I und \tilde{I} zwei Intervalle und $n \in \mathbb{N}$. Weiterhin seien $c : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ und $\tilde{c} : \tilde{I} \rightarrow \mathbb{R}^n$ zwei reguläre parametrisierte Kurven. Wir schreiben $c \sim \tilde{c}$, falls \tilde{c} eine Umparametrisierung von c ist. Beweisen Sie, dass \sim eine Äquivalenzrelation auf der Menge aller regulären parametrisierte Kurven ist.
4. Berechnen Sie die Bogenlänge des Graphen der Funktion $\cosh : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$.