
Grundlagen der Mathematik

Aufgabenblatt 1

(Abgabe am 18. Oktober 2017)

Präsenzaufgaben (16./17. Oktober 2017):

P1: Vervollständigen Sie die Berechnung für die Anzahl der Kopien des Wortes ABRAKADABRA im magischen Viereck.

P2: Wie viele Kopien des Wortes ABRAKADABRA lassen sich im magischen Viereck finden, die genau das mittlere 'K' in der fünften Zeile benutzen? Und wie viele, die das vierte 'K' der fünften Zeile benutzen?

P3: Können Sie eine Formel finden, die uns die Anzahl der Kopien des Wortes ABRAKADABRA gibt, wenn wir darauf bestehen, den r ten Buchstaben aus n ten Zeile verwenden? Begründen Sie die Richtigkeit Ihrer Formel.

Hausaufgaben (Abgabe 18. Oktober 2017, Besprechung 23./24. Oktober 2017):

H1: Fertigen Sie ein Bild der ersten 10 Zeilen des Pascalschen Zahlendreiecks an. Geben Sie eine Formel für die Zeilensumme der n ten Zeile an – unter Benutzung des Eulersymbols $\binom{n}{r}$. Berechnen Sie die jeweilige Zeilensumme im Pascalsche Zahlendreieck für die ersten 8 Zeilen (oder mehr, wenn Sie wollen). Was fällt auf? Stellen Sie eine Vermutung für den Zusammenhang zwischen der Zeilensumme der n ten und der $(n+1)$ ten Zeile auf! Beweisen Sie Ihre Vermutung. Können Sie eine kurze Formel für die Zeilensumme der n ten Zeile finden? **(2+2+2+5+1=12 Punkte)**

H2: Berechnen Sie die jeweilige *alternierende* Zeilensumme im Pascalsche Zahlendreieck für die ersten 8 Zeilen. ('Alternierend' heißt, dass die Zahlen mit sich abwechselndem Vorzeichen aufsummiert werden, also $1 - 1$ für die erste Zeile, $1 - 2 + 1$ für die zweite Zeile etc.) Was fällt Ihnen auf? Stellen Sie eine Vermutung für die alternierende Zeilensumme der n ten Zeile auf! Beweisen Sie Ihre Vermutung. **(1+2+5=8 Punkte)**

Spielregeln für die Abgabe Ihrer Lösungen:

- Geben Sie Ihre Lösungen in Reinschrift ab. Sie werden natürlich beim Lösen der Aufgaben jede Menge Schmierpapier verbrauchen. Wenn Sie die Aufgabe geknackt haben, beginnt der zweite Teil: Schreiben Sie Ihre Lösung klar und verständlich auf. Dieser zweite Schritt gibt auch Gelegenheit, Wichtiges von Unwichtigem zu trennen, und eventuell zu reflektieren, ob Ihnen nicht eine noch elegantere Lösung einfällt.
- Schreiben Sie ganze Sätze. Benutzen Sie einfache Satzkonstruktionen. Achten Sie auf richtige Grammatik und Zeichensetzung. Sätze sollen nicht mit einem mathematischen Symbol beginnen. Machen Sie die Struktur Ihrer Argumentation deutlich, indem sie Ihre Sätze logisch verbinden. Zum Beispiel: 'Wenn..., dann ...' oder 'Aus diesen beiden Tatsachen können wir schließen, dass...' oder 'Im Folgenden wollen wir zuerst folgendes Zwischenergebnis beweisen' oder 'Angenommen, die Aussage ist falsch. Dann...' oder 'Wir zeigen zuerst, dass X eine endliche Menge ist.' etc.
- Erklären Sie dem Leser, welche Symbole/Variablen Sie verwenden. Zum Beispiel: 'Es sei n die kleinste natürliche Zahl, so dass...' oder 'Es bezeichne a_n die Anzahl der...' oder 'Es bezeichne S_n die Summe der n ten Zeile...' oder 'Es bezeichne $K(n, r)$ die Anzahl der Kopien von ABRAKADABRA, welche...' etc.
- Wenn der Leser seine eigene Intelligenz anstrengen muss, um Ihre Lösung zu verstehen, so ist Ihr Beweis nicht vollständig, und Sie werden nicht die volle Punktzahl bekommen (die Punkte hätte ja eher der Leser verdient, nicht der Autor).

- Machen Sie es den KorrektorInnen nicht unnötig schwer. Wir wollen Ihnen Feedback geben und Ihnen helfen, bessere Mathematiker zu werden. Wenn Sie stecken geblieben sind, stellen Sie nicht auf gut Glück Behauptungen auf, um so eine Lücke im Beweis zu stopfen, in der Hoffnung, dass es beim Korrigieren nicht auffällt. In diesem Fall ist es besser zu sagen, bis wohin Sie gekommen sind, und an welcher Stelle Sie unsicher sind. Eine perfekte Vorgehensweise wäre dann zu schreiben: ‘Diesen kleinen Zwischenschritt konnte ich nicht beweisen. Aber wenn wir annehmen, dass der Schritt stimmt, dann kann ich den Rest des Beweises folgendermaßen vollenden...’
- Denken Sie immer daran, dass Sie eine Lösung aufschreiben, um sie einer anderen Person zu erklären! Diese andere Person könnte einer Ihrer Mitstudierenden sein, Ihre Oma, oder auch Ihr zukünftiges Ich, welches die Lösung nochmal am Ende des Semesters zur Klausurvorbereitung verstehen möchte. Nehmen Sie Rücksicht auf diese andere Person!
- *Moral:* Das sind für den Anfang ziemlich viele Regeln auf einmal. Wir erwarten nicht, dass Sie sofort perfekt mathematisch schreiben können! Wenn Sie sich aber von Anfang an Mühe geben, dann werden Sie zum Ende des Semesters ein Meister in der mathematischen Kommunikation sein. Falls Sie Inspiration suchen, wie ein guter Beweis aussieht, dann stöbern Sie einfach in einem beliebigen Mathebuch in der Bibliothek (oder folgen Sie ähnlichen Beweisen in der Vorlesung), und orientieren Sie sich daran. Viel Erfolg!