

Graphentheorie I

Übungsblatt 1

1. Sei G ein Graph und $v, w \in V(G)$. Zeigen Sie: Enthält G einen Kantenzug von v nach w , so enthält G auch einen Weg von v nach w .
2. Wie viele Kanten hat ein K^n ?
3. Bestimmen Sie die Anzahl der verschiedenen Graphen auf der Eckenmenge $\{1, \dots, n\}$ (ohne isomorphe Graphen zu identifizieren). Finden Sie illustrative Beispiele, um das Wachstum dieser Zahl zu verdeutlichen.¹
4. Beweisen Sie, dass jeder Graph der Ordnung ≥ 2 mindestens zwei Ecken vom gleichen Grad hat.
5. Zeigen Sie, dass jeder zusammenhängende Graph einen geschlossenen Kantenzug hat, der jede Kante genau zweimal durchläuft.
6. In der Vorlesung haben Sie den Satz von Euler kennengelernt: ein zusammenhängender Graph ist genau dann eulersch, wenn jede seiner Ecken geraden Grad hat. Beweisen Sie den Satz für Multigraphen² (statt für Graphen) auf mindestens zwei verschiedene Arten. Wer findet den kürzesten Beweis?

¹Rechenpower eines Supercomputers? Anzahl der Atome im Universum? Wir freuen uns auf kreative Antworten.

²Für Definitionen siehe Kapitel 0.10.

Hinweise

6. Zum Beispiel: 1.) Induktion über $|G|$. 2.) Induktion über $\|G\|$, etc...