

Universität Hamburg
Fachbereich Mathematik



Hamburger Beiträge
zur Modellierung und Simulation

Heft 18 Januar 2004

**METHODISCHE PROBLEME UND METHODISCHE FEHLER DER
MATHEMATISCHEN MODELLIERUNG IN DER
VOLKSWIRTSCHAFTSLEHRE**

Claus Peter Ortlieb

Mathematische Modellierung und Simulation

Die mathematisch-naturwissenschaftliche Methode, gegründet auf der Überzeugung, dass „das Buch der Natur in der Sprache der Mathematik geschrieben“ sei (Galilei), findet heute weit über ihren ursprünglichen Gegenstandsbereich hinaus Verwendung. *Mathematische Modellierung*, also der Versuch, das Nachdenken über eine Fragestellung in mathematische Termini zu übersetzen, verfolgt den Zweck, sich die Stringenz mathematischer Argumente auch für die Bearbeitung von Problemen außerhalb der Mathematik zu sichern. Im Begriff der *Simulation* ist in diesem Zusammenhang der Anspruch enthalten, dass die Analyse eines mathematischen Modells oder sein Nachvollzug auf dem Computer immer auch auf Erkenntnisse zielt, die über die Mathematik hinausweisen.

Der Erfolg dieser Methode bei der Behandlung physikalischer und technischer Systeme hat es nahegelegt, ihr Anwendungsfeld zu erweitern. In den *Lebens- und Sozialwissenschaften* geht es bis in Bereiche hinein, die gesellschaftliches Handeln zum Gegenstand haben und ihrerseits beeinflussen. Dabei werden häufig nur die wissenschaftlichen Ergebnisse wahrgenommen, während den Methoden, mit denen sie zustande kommen, blind vertraut wird. Doch die Mathematik als „höchste Form der Rationalität“ anzupreisen, wie es auch mathematische Fachwissenschaftler gerne tun, besagt noch nichts über ihre Bedeutung für die Erkenntnis gesellschaftlicher und natürlicher Phänomene und Zusammenhänge. Zu hinterfragen ist insbesondere die verbreitete Auffassung, bei mathematischen Modellen handele es sich in aller Schlichtheit um „Abbilder der Wirklichkeit“.

Das Zentrum für Modellierung und Simulation und diese Schriftenreihe haben zum Ziel, die *methodischen* Fragestellungen zu behandeln und zu durchleuchten, die die mathematische Bearbeitung „realer“ Probleme aufwirft. Die Frage nach dem „richtigen“ Einsatz mathematischer Modellierung im Einzelfall gehört ebenso dazu wie die Frage nach Kriterien dafür im Allgemeinen. Gibt es eine „Methode“ der Modellierung und Simulation, und worin bestehen ihre Regeln, ihre Möglichkeiten, ihre Grenzen? Es ist klar, dass eine so komplexe Fragestellung mehr als nur einen Zugang erfordert. Gefragt sind u. a.

- Darstellungen und Untersuchungen von selbst entwickelten ebenso wie die Auseinandersetzung mit in der Literatur vorgefundenen mathematischen *Modellklassen* und *Fallstudien*,
- Untersuchungen zu spezifischen, am Modelltyp orientierten *Instrumenten und Methoden* der mathematischen Modellierung,
- *wissenschaftstheoretische und -historische* Abhandlungen zur gesellschaftlichen Bedeutung von Mathematisierungsprozessen.

Zentrum für Modellierung und Simulation
Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg
Bundesstraße 55

D - 20146 Hamburg

Telefon 040 4123 5108
Fax 040 4123 5117
e-mail zms@math.uni-hamburg.de

Methodische Probleme und methodische Fehler der mathematischen Modellierung in der Volkswirtschaftslehre

Claus Peter Ortlieb*

Januar 2004

Zusammenfassung

Obwohl nach wie vor nicht unumstritten, nimmt der Einsatz mathematischer Modelle in der Volkswirtschaftslehre zu. In dem Glauben, eine universelle Methode in der Hand zu haben, werden dabei die methodischen Probleme der mathematischen Modellbildung gern übersehen, was regelhaft zu Fehlern im Gebrauch mathematischer Modelle führt. Der häufigste Fehler besteht darin, die Annahmen, die in jeder Modellentwicklung notwendig gemacht werden müssen, entweder nicht auszuweisen oder anschließend wieder zu "vergessen" und damit einem mathematischen Modell einen Gültigkeitsbereich zuzuschreiben, der ihm nicht zusteht. Das soll exemplarisch an Modellen demonstriert werden, die in heutigen Standardlehrbüchern der Volkswirtschaftslehre verwendet werden.

1 Vorbemerkungen

Mathematische Modelle spielen für die Volkswirtschaftslehre offenbar eine wichtige Rolle, insbesondere für die "moderne ökonomische Theorie", in die die neoklassische Schule, die heute den akademischen Stellen- und Büchermarkt dominiert, ihrem eigenen Selbstverständnis nach gemündet ist.¹ Seit in der Wirtschaftswissenschaft mathematisch modelliert wird, gibt es auch die Kritik an einem solchen Vorgehen. In der Tat ist die Frage völlig berechtigt, ob eine den Naturwissenschaften entlehnte Methode zur Untersuchung eines gesellschaftlichen, von Menschen gemachten Gegenstands denn angemessen sei.² Und nach wie vor gibt es ökonomische Schulen, heute allerdings nahezu marginalisiert, die diese Frage verneinen. Die generelle Kritik an der Verwendung mathematischer Modelle zielt in der Regel auf die starke Vereinfachung, die mit ihnen notwendig verbunden ist und die für einen komplexen Gegenstand eben auch zu stark sein kann, sodass der Zusammenhang zwischen dem Modell und der Wirklichkeit, die es beschreiben soll, zerreißt.

*Schriftliche Fassung eines Vortrags auf der Herbsttagung der Mathematischen Gesellschaft in Hamburg am 7. November 2003

¹so NEUMANN (2002, 271)

²Zu beachten ist in diesem Zusammenhang, dass ja auch die mathematische Naturwissenschaft nicht "die Natur" schlechthin zu ihrem Gegenstand hat, sondern nur diejenigen Aspekte, die sich durch ihre spezifische Methode erfassen lassen.

Dieses Problem, ob also die Ökonomie als Untersuchungsobjekt möglicherweise außerhalb des Bereichs liegt, der von der mathematischen Modellbildung und ihrer Methodik noch adäquat erfasst werden kann, soll an dieser Stelle nicht weiter verfolgt werden.

Merkwürdig ist allerdings, dass es auch für ganze wirtschaftswissenschaftliche Fachbereiche, die sich dieser Methodik verpflichtet fühlen, keine Rolle mehr spielt oder spielen darf: Wird etwa, wie an der Universität Hamburg im Frühjahr 2003 geschehen, in Abgrenzung zu anderen, als "gesellschaftswissenschaftlich und politisch akzentuiert" bezeichneten Ansätzen betont, im eigenen Bereich sei "seit Jahrzehnten eine ideologiefreie Methodik Standard", so klingt das doch sehr nach Abwehr einer eigentlich fälligen wissenschaftstheoretischen Diskussion.

Aber auch die Ideologie der Ideologielosigkeit ist hier nicht das eigentliche Thema. Nachstehend soll vielmehr untersucht werden, was es mit den Standards auf sich hat, die für die Verwendung mathematischer Modelle in der "modernen ökonomischen Theorie" heute gelten. Dabei beziehe ich mich vorwiegend auf die einführenden Lehrbücher, mit denen sich die Volkswirtschaftslehre heute ihren Studierenden der Anfangssemester präsentiert, insbesondere auf das entsprechende Werk des Harvard-Ökonomen N. Gregory MANKIW (2001), das bei seinem Erscheinen von der einschlägigen Presse als "das neue Standardlehrbuch" (*Wirtschaftswoche*) gefeiert und im Übrigen als "auch für fachfremde Autodidakten hervorragend geeignet" (*Capital*) bewertet wurde. Die Unterschiede zwischen verschiedenen Standardlehrbüchern sind allerdings gering und liegen nicht auf der inhaltlichen Ebene, sondern der der Darstellung. Sie sehen alle so aus, als ginge es darum, wie etwa in der Physik den Neulingen des Fachs das inzwischen erreichte und gesicherte Wissen zu präsentieren.

Mit dem hier vorliegenden Text kritisiere ich "von außen" ein mir fremdes Fach, was im akademischen Umfeld doch eher unüblich, wenn nicht gar verpönt ist. Normalerweise lassen sich die Fächer gegenseitig in Ruhe und mischen sich nicht in die Belange des jeweils anderen ein. Die Mathematik nimmt die mathematisierte Wirtschaftstheorie seit Jahrzehnten als einen Fundus zum Teil hochinteressanter mathematischer Problemstellungen freundlich zur Kenntnis, ohne sich groß um das Zustandekommen der mathematischen Modelle zu kümmern. Diese Haltung lässt sich aber nicht mehr aufrecht erhalten, wenn die mathematische Modellbildung selbst zu einem Thema der Ausbildung der Studierenden der Mathematik gemacht wird, wie es an der Universität Hamburg und anderswo seit einigen Jahren der Fall ist. Die Volkswirtschaftslehre wird dann nämlich, wie etwa die Physik, die Biologie oder die Technikwissenschaften auch, zu einem Studienobjekt unter dem Aspekt der in ihr vorzufindenden Modellierungsprozesse. Und bei der Vermittlung methodischer Standards der mathematischen Modellierung ist natürlich kritisch zu prüfen, ob und wie weit sie tatsächlich beachtet werden.

Um sich den Stellenwert einer solchen Methodenkritik zu verdeutlichen, versetze man sich einmal in die folgende fiktive Situation: Als einer mathematisch mehr und fachökonomisch vielleicht weniger gebildeten Person gerate Ihnen ein Gutachten in die Hände, welches in eine Prognose zum Wachstum der deutschen Wirtschaft im nächsten Jahr mündet. In der Ableitung dieser Prognose entdecken Sie einen eklatanten mathematischen Fehler. Was folgt daraus? Zum einen werden Sie völlig selbstverständlich, da die Mathematik schließlich keine Privatsache des Gutachters ist, auf den Fehler hinweisen dürfen und das, wenn Sie Gelegenheit dazu bekommen, auch tun. Zum anderen, und das ist wichtig und sollte nie vergessen werden, folgt aus dem Fehler keineswegs, dass die Prognose falsch sein

muss. Im Sinne einer Beachtung wissenschaftlicher Standards wäre aber zu verlangen, dass der Fehler korrigiert und die Prognose darauf hin noch einmal überprüft wird. Andernfalls wäre sie ihrer Qualität nach von irgendwelchen Stammtischparolen nicht mehr zu unterscheiden, auch die müssen schließlich nicht unbedingt falsch sein.

Dieses Beispiel ist, wie gesagt, fiktiv und karikiert die reale Situation. Die Fehler, um die es im Folgenden gehen soll, sind ein wenig subtiler, als es schlichte Rechenfehler oder Fehler in der Anwendung eines Kalküls wären, und sie liegen auch gar nicht in der Mathematik im engeren Sinne, sondern in der mathematischen Modellierung, genauer: in der Beziehung zwischen den mathematischen Modellen und den Phänomenen, die durch sie beschrieben werden sollen.

Der Modellierungsprozess wird gern durch ein Diagramm wie das in Abbildung 1 veranschaulicht, welches das tatsächliche Vorgehen stark vereinfacht, aber doch die Diskussion bestimmter methodischer Probleme der Modellierung erleichtert. Unterschieden wird hier einerseits zwischen einer "realen", nichtmathematischen, substanzwissenschaftlichen Ebene (unten) und der mathematischen Ebene (oben), andererseits zwischen Problem (links) und Lösung (rechts). Ausgangspunkt der mathematischen Modellierung ist ein reales Problem oder erklärungsbedürftiges Phänomen, hieraus wird ein mathematisches Problem entwickelt, ein "Bild der Wirklichkeit", dieses wird mit mathematischen Methoden gelöst, die mathematische Lösung wird hinsichtlich ihrer realen Bedeutung interpretiert und schließlich auf ihre Gültigkeit und Relevanz für das reale Problem überprüft.

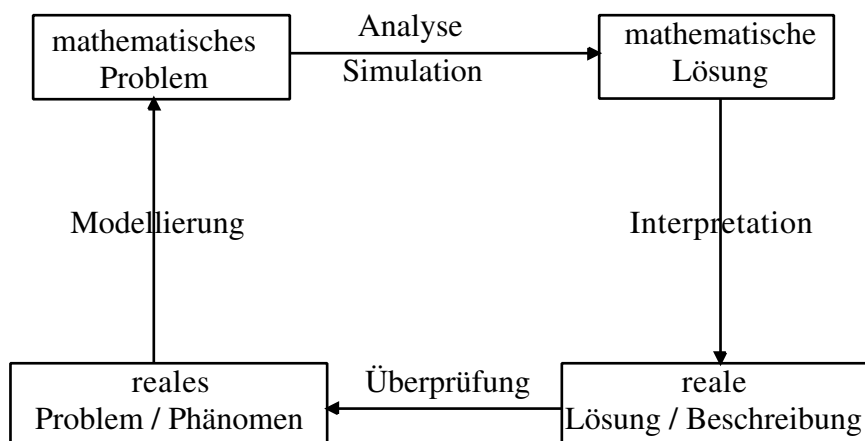


Abbildung 1: Der Modellierungsprozess

Dieses hier in aller Kürze beschriebene Vorgehen ist konstitutiv für die mathematische Naturwissenschaft seit Galilei, auch wenn der *Begriff* des mathematischen Modells sich erst Ende des 19. Jahrhunderts herausbildete. Zur mathematisch-naturwissenschaftlichen Methode gehört ferner eine bestimmte Form der Überprüfung mathematischer Modelle, deren Möglichkeit gerade die "harten" Wissenschaften auszeichnet, nämlich die Überprüfung im *Experiment*: Die notwendigerweise idealisierenden Modellannahmen werden im Labor *hergestellt*, die Aussagen des Modells in dieser künstlichen Situation überprüft. Die experimentelle Methode darf nicht verwechselt werden mit der Analyse solcher Beobachtungsdaten, auf die der Experimentator keinerlei Einfluss hat und die deshalb vielfa-

chen "Störungen" unterliegen, weshalb sie ein Modell weder bestätigen noch widerlegen können.

"Weich" in diesem Sinne ist eine Wissenschaft, in der Experimente unmöglich sind³ und in der daher der letzte Schritt des Modellierungsprozesses, die Überprüfung des Modells, problematisch wird. "Weich" ist damit auch die Volkswirtschaftslehre, mag sie sich nun mathematischer Modelle bedienen oder nicht. Daraus können ganz unterschiedliche Konsequenzen gezogen werden:

1. Der Schluss, in dieser Situation auf mathematische Modelle ganz zu verzichten, ist nicht zwingend. Nur können sie in "weichen" Wissenschaften nicht dieselbe Aussagekraft erhalten wie etwa in der Physik. Ein mögliche Rolle, die sie spielen können, besteht darin, theoretische Argumentationen, die ja gewissermaßen auch immer (nichtmathematische) Modelle sind, präziser zu fassen, unklare Begriffsbildungen zu schärfen und damit möglicherweise auf bestimmte Probleme erst aufmerksam zu machen.
2. Gerade dort, wo mathematische Modelle letztlich nicht an der Realität überprüft werden können, sind für eine saubere Methodik besondere Skrupel in den anderen Schritten des Modellierungsprozesses angebracht, also bei der Modellentwicklung und der Interpretation der mathematischen Ergebnisse. Das betrifft insbesondere die genau zu spezifizierenden Modellannahmen und die daraus sich ergebenden Grenzen, in denen das Modell Aussagekraft hat.
3. Man kann natürlich auch umgekehrt die in "weichen" Wissenschaften bestehende Situation einfach als Freibrief verstehen, den Zusammenhang zwischen Modell und beschriebener Realität überhaupt nicht mehr beachten zu müssen, weil er sich sowieso nicht genau überprüfen lässt. Damit wäre allerdings der Scharlatanerie Tür und Tor geöffnet.

2 Die Lehre von Angebot und Nachfrage

Es gibt in den einführenden Lehrbüchern der Volkswirtschaftslehre ein zentrales Modell, das mit Bezug auf Alltagserfahrungen motiviert und anschließend bis zum Überdruß auf alle nur denkbaren Situationen angewandt wird, das Modell des einfachen Marktes. Sein Symbol ist das nach Alfred Marshall (1842 - 1924) so genannte *Marshall-Kreuz*, wie in Abbildung 2 dargestellt. Betrachtet wird hier ein Markt für eine einzelne Ware, auf dem sich Anbieter (Produzenten) und Nachfrager (Konsumenten) gegenüber stehen und die folgenden Bedingungen gelten (Modellannahmen !):

- Es herrscht **vollständige Konkurrenz**, d. h. die angebotenen Güter sind gleich, und die Marktteilnehmer sind so zahlreich und ökonomisch unbedeutend, dass sie den Marktpreis p nicht beeinflussen können, sondern ihn akzeptieren müssen. Sie reagieren daher auf ihn als **Mengenanpasser**.

³Gewisse Zweige der Psychologie versuchen sich deshalb dadurch zu "härten", dass sie sich auf Laborexperimente mit Ratten verlegen. Ob die so gewonnenen "validen Daten" für die Psychologie des Menschen irgendeine Aussagekraft besitzen, lässt sich allerdings nicht klären.

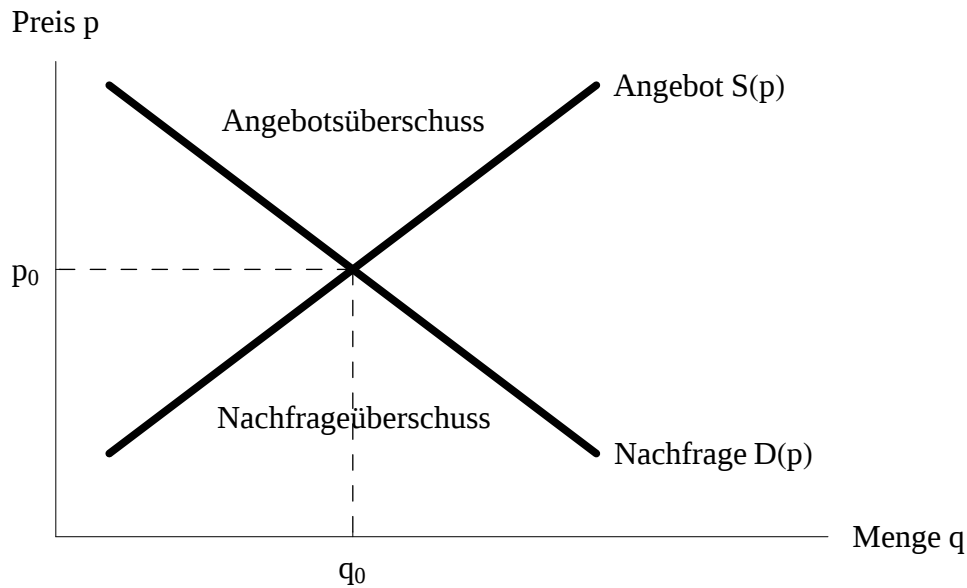


Abbildung 2: Marktgleichgewicht als Schnittpunkt von Angebots- und Nachfragekurve

- Das Angebot $S = S(p)$ und die Nachfrage $D = D(p)$ sind also Funktionen des jeweils aktuellen Marktpreises p . Man beachte, dass in Abbildung 2 die unabhängige Variable auf der Ordinate und die abhängige Variable auf der Abzisse abgetragen ist.⁴
- Angebot und Nachfrage sind Funktionen *nur* des Preises, d. h. es wird angenommen, dass alle anderen Einflussfaktoren konstant sind (**Ceteris-paribus-Klausel**).
- Je höher der Preis, desto weniger Konsumenten sind an der Ware noch interessiert, d. h. die Nachfragefunktion $D(p)$ ist monoton fallend.
- Je höher der Preis, desto mehr Produzenten ist es möglich, ihre Produkte gewinnbringend auf den Markt zu werfen. Die Angebotsfunktion ist daher monoton wachsend.

2.1 Existenz des Marktgleichgewichts

Unter einem *Gleichgewichtspreis* wird ein Preis p_0 verstanden, für den Angebot und Nachfrage übereinstimmen, für den also $S(p_0) = D(p_0)$. $q_0 = S(p_0) = D(p_0)$ heißt dann zugehörige *Gleichgewichtsmenge* und (q_0, p_0) *Marktgleichgewicht*. Unter den hier getroffenen Modellannahmen lässt sich dann ein **Existenzsatz** ableiten, wenn man zusätzlich voraussetzt, dass

$$S(0) \leq D(0) \text{ und } \lim_{p \rightarrow \infty} S(p) > \lim_{p \rightarrow \infty} D(p)$$

⁴Diese Abweichung von der in der Mathematik üblichen Konvention hat ihren Grund darin, dass in der Volkswirtschaftslehre Mengen-Preis-Diagramme *immer* so notiert werden, dass die Menge auf der Abzisse, der Preis auf der Ordinate abgetragen wird, unabhängig davon, welche Größe gerade Funktion der anderen ist. Das ist natürlich kein Fehler, sondern allenfalls gewöhnungsbedürftig

und dass die Funktionen S und D stetig sind. Dann ist der Zwischenwertsatz anwendbar. Die Eindeutigkeit des Marktgleichgewichts ergibt sich unter der zusätzlichen Voraussetzung, dass die Differenz $S(p) - D(p)$ sogar streng monoton wächst.

Dieser Existenzsatz schließt die Möglichkeit ein, dass die Ware überhaupt nicht auf den Markt kommt, da $q_0 = 0$. Das ist dann der Fall, wenn der kleinste Preis, bei dem der erste Anbieter auf dem Markt erscheinen würde, so groß ist, dass kein Nachfrager mehr am Kauf Interesse hat.

2.2 Stabilität des Marktgleichgewichts

Für das reale System ist ein Gleichgewicht nur dann relevant, wenn es in dem Sinne *stabil* ist, dass das System aus ungleichgewichtigen Zuständen zu ihm tendiert. Instabile Gleichgewichte bleiben unsichtbar, sie werden nie realisiert. Es ist daher von entscheidender Bedeutung, plausible Gründe für die Stabilität des (als existent nachgewiesenen) Marktgleichgewichts anzuführen:

- Liegt der aktuelle Marktpreis über dem Gleichgewichtspreis, so herrscht ein **Angebotsüberschuss**, die Anbieter sind daher gezwungen, ihre Waren billiger anzubieten, um sie absetzen zu können, und ziehen sich teilweise vom Markt zurück, während neue Konsumenten angelockt werden. Angebot und Nachfrage nähern sich an, der Marktpreis tendiert zum Gleichgewichtspreis.
- Liegt der aktuelle Marktpreis unter dem Gleichgewichtspreis, so herrscht ein **Nachfrageüberschuss**, die Anbieter können die Preise erhöhen, ohne ihren Absatz zu gefährden. Konsumenten ziehen sich zurück, weitere Anbieter werden durch den höheren Preis angelockt, der Marktpreis tendiert zum Gleichgewichtspreis.

Die hier beschriebene Dynamik ließe sich durch eine Differentialgleichung

$$\frac{dp}{dt} = f(D(p) - S(p))$$

mit einer streng monoton wachsenden Funktion f beschreiben, für die $f(0) = 0$. Ihr Gleichgewichtspunkt p_0 ist dann (asymptotisch) stabil.

Doch auch diesen zunächst als plausibel erscheinenden Argumentationen liegen höchst problematische, idealisierende Annahmen zu Grunde, auf die in den Lehrbüchern auch mehr oder weniger offen hingewiesen wird:

- Zunächst muss man davon ausgehen, dass alle Nachfrager und Anbieter über das Marktgeschehen **vollständig informiert** sind: Wenn mir als Konsument ein Händler ein Angebot macht, muss ich wissen, ob sein Konkurrent teurer oder billiger ist, damit es zu einem Ausgleich kommen kann. Letztlich dürfen alle Käufe erst dann stattfinden, wenn der Gleichgewichtspreis erreicht ist. Dieser Idealfall lässt sich durch einen fiktiven **Auktionsprozess** beschreiben: Ein Auktionator ruft einen Marktpreis aus. Dann melden sich alle Anbieter und Nachfrager, die zu diesem Preis ins Geschäft treten würden. Stimmen Angebot und Nachfrage überein, so wird das Geschäft abgeschlossen, andernfalls passt der Auktionator den Marktpreis an usw.⁵

⁵Der Auktionsprozess wurde von Leon Walras im Zusammenhang mit seinem Modell des allgemeinen Gleichgewichts eingeführt (vgl. Abschnitt 2.4). Für die Begründung der Stabilität des Marshall-Gleichgewichts ist er nicht zwingend erforderlich, wird aber von manchen Autoren als Argument angeführt (vgl. Fußnote 7).

- Noch schwerer wiegt die in dem Modell enthaltene **Abstraktion vom Faktor Zeit** und von der Tatsache, dass Waren in der Regel erst produziert werden müssen: Im Modell sind nämlich Angebot und Nachfrage zeitgleich zu realisieren. Tatsächlich findet die Produktion aber statt, bevor es zum Verkauf kommt, was den Anpassungsmöglichkeiten der Anbieter enge Grenzen setzt und zwar sowohl im Falle eines Überangebots als auch dem eines Nachfrageüberschusses. Je nach dem ins Auge gefassten Zeithorizont kann das zu unterschiedlichen Angebotsfunktionen führen.

2.3 Die neoklassische Doktrin

Ein mathematisches Modell, bei dem die zu Grunde liegenden Annahmen offen liegen und das aus diesen konsistent entwickelt wurde, lässt sich für sich genommen nicht kritisieren, es ist nicht einfach "richtig" oder "falsch", sondern hat einen mehr oder weniger begrenzten Gültigkeitsbereich. Falsch wird ein Modell erst durch seinen Gebrauch, wenn dieser nämlich darin besteht, es auf Situationen anzuwenden, in denen die Modellannahmen erkennbar nicht erfüllt sind.

In diesem und nur in diesem Sinne ist das hier beschriebene Modell des Marktgleichgewichts in der Tat falsch. Sein Gebrauch besteht nämlich darin, es auf jede als in Frage kommend denkbare ökonomische Situation anzuwenden, ohne Rücksicht auf die doch sehr spezifischen Modellannahmen. Die Ergebnisse des Modells werden zur allgemeinen Regel, zur Doktrin erhoben:

- Alle Märkte (Güter-, Dienstleistungs-, Arbeits-, Geldmärkte) sind, von zeitlich kurzen Störungen abgesehen, ständig im Gleichgewicht. Indem sie über die Anpassung der Preise einen Ausgleich zwischen den in der Wirtschaft wirkenden Kräften herstellen, sorgen sie für die Übereinstimmung von Angebot und Nachfrage.
- Und im Umkehrschluss: Sind empirische Märkte dauerhaft nicht im Gleichgewicht, so kann das nur durch marktfremde Einflüsse verursacht worden sein.

Im Lehrbuch von MANKIW (2001) findet sich deswegen auf 850 Seiten das Diagramm aus Abbildung 2 insgesamt 91 mal, je nach Anwendungsbereich nur verschiedenen beschriftet, ohne dass der Autor sich die Mühe macht, die Modellannahmen für die jeweils betrachtete Situation erneut zu überprüfen oder zu begründen, was allerdings auch gar nicht ginge, wie noch gezeigt werden soll. Der in einem solchen Verfahren enthaltene elementare logische Fehler⁶ springt bei der Lektüre nicht sofort ins Auge, weil er gewissermaßen über ein dickes Buch verteilt ist, dessen verschiedene Abschnitte der Leser schon kritisch zueinander in Beziehung setzen muss, um ihn zu entdecken.

Andere gehen an diesem entscheidenden und für die neoklassische Theoriebildung kritischen Punkt plumper vor, so etwa SIEBERT (1996, 103), dem es gelingt, denselben Fehler auf einen einzelnen Absatz zu konzentrieren: *"Der Markt kann als ein Informationsprozeß interpretiert werden, in dem Marktparteien signalisieren, was sie zu kaufen oder zu verkaufen wünschen. Der Markt ist mit einem Computer verglichen worden. Man kann sich vorstellen, daß die Haushalte einem Computer mitteilen, welche Menge eines Gutes sie zu welchem Preis nachfragen wollen, und entsprechend die Unternehmer dem Computer melden, welche Menge sie zu welchem Preis anbieten. Der Computer sucht nun den Preis*

⁶Er ist von der Form: Gezeigt wurde, dass A aus der Voraussetzung B folgt, also wird im Folgenden von A ausgegangen, und zwar unabhängig davon, ob B erfüllt ist oder nicht.

heraus, bei dem Nachfrage- und Angebotsmengen übereinstimmen. Der Markt wirkt also wie ein Computer.“ Damit wäre die Verwechslung von Modell und Wirklichkeit dann in der Tat komplett: Am Ende der ”Argumentation“ hat der Markt die Eigenschaft wirklich, die er haben muss, damit sich die Modellaussagen ableiten lassen.⁷

Der hier vorlegte Befund lautet also, dass das Modell des Marktgleichgewichts auf unzählige ökonomische Situationen angewandt wird, ohne zu begründen, warum die in das Modell eingehenden Voraussetzungen jeweils erfüllt sind. Um diesen schwerwiegenden methodischen Fehler zu beheben, müssen die Modellannahmen hinsichtlich ihres Gültigkeitsbereichs untersucht werden.⁸ Das kann an dieser Stelle schon aus Platzgründen nicht umfassend geschehen. Ich beschränke mich in den folgenden Abschnitten auf eine genauere Analyse der Angebotsfunktion, und beziehe mich dabei auf vorliegende mikroökonomische Modelle, die als solche übrigens ebenfalls der neoklassischen Schule zuzurechnen sind.

2.4 Exkurs: Die allgemeine Gleichgewichtstheorie

Das eben referierte Modell des Marshall-Kreuzes ist nicht das einzige, auf das die neoklassische Doktrin von den ausgleichenden Kräften des Marktes sich beruft. Es gibt noch ein weiteres, dessen Konstruktion auf Léon Walras (1834 - 1910) zurück geht. Wegen der damit verbundenen schwierigen mathematischen Probleme⁹ wird es in den einführenden Lehrbüchern allenfalls als im Hintergrund existierend behandelt, als etwas, worauf man in notwendigerweise vager Form verweisen kann, wenn die Annahmen des Marshall-Modells doch als allzu speziell erscheinen. Doch auch dieses in gewissem Sinne allgemeinere Modell muss selbstverständlich mit spezifischen Voraussetzungen operieren, soll es zu Ergebnissen führen.

In seiner Darstellung der Neoklassik nennt NEUMANN (2002, 272), einer ihrer Vertreter, ”den methodologischen Individualismus und die **Gleichgewichtsidee**“ als die beiden, das Paradigma der Neoklassik charakterisierenden, zentralen Ideen. Nur von letzterer ist hier die Rede. NEUMANN (1994, 277) sieht sie durch den von ARROW / DEBREU (1954) geführten Existenzbeweis für das so genannte allgemeine Marktgleichgewicht glänzend bestätigt: *”Damit war ein entscheidender Schritt getan: Zum ersten Mal war bewiesen worden, daß das Problem der Allokation knapper Ressourcen durch den Marktmechanismus lösbar ist. Die Allokation dem Markt anzuvertrauen heißt also nicht, sie dem Chaos zu überlassen, wie bis in die Gegenwart hinein vielfach behauptet worden ist.”* Der Jubel bleibt allerdings ohne jede Begründung. Dazu würde nämlich gehören, die (mathematischen) Voraussetzungen für den Existenzbeweis darauf hin zu überprüfen, ob und unter

⁷Es handelt sich um eine Variante des oben beschriebenen fiktiven Auktionsprozesses. Tatsächlich ”signalisiere“ ich etwa in der Rolle des Käufers natürlich nicht, ”welche Menge eines Gutes ich zu welchem Preis nachfragen will“, sondern ich kaufe zu dem vorgefundenen Preis oder lasse es bleiben.

⁸Wenn es darum geht festzustellen, ob Modellannahmen auf eine bestimmte reale Situation zutreffen oder nicht, kommen empirische Sachverhalte ins Spiel. Nun ist die Empirie sowenig wie eine theoretische Annahme einfach ”gegeben“, sondern auch um ihre ”richtige“ Wahrnehmung lässt sich streiten. Unabhängig vom Ausgang dieses Streits kann aber bereits als ein *methodischer* Fehler konstatiert werden, wenn der Streit gar nicht erst ausgetragen, sondern ohne jede empirische Prüfung einfach davon ausgegangen wird, die Modellannahmen träfen zu und das Modell sei somit gültig.

⁹Dieser Unterabschnitt ist ihretwegen mit Kenntnissen der Schulmathematik allein nicht nachvollziehbar. Er kann aber übersprungen werden, ohne dass dadurch das Verständnis der folgenden Abschnitte beeinträchtigt wäre.

welchen (ökonomischen) Bedingungen sie tatsächlich erfüllbar sind. Gerade dies wird auch hier tunlichst vermieden und soll daher nachgeholt werden:¹⁰

Gegenstand der Untersuchungen von ARROW / DEBREU (1954) und in ähnlicher Weise von DEBREU (1976) ist ein Marktmodell mit m Konsumenten (Haushalten) und n Produktionseinheiten (Unternehmen), auf dem k Waren (Güter oder Dienstleistungen) produziert, getauscht und konsumiert werden. $\mathbb{R}^k$ wird als *Güterraum* bezeichnet, seine Elemente als *Gütervektoren*, die sowohl positive als negative Komponenten haben können: Für die Produzenten bedeuten negative Komponenten in den Gütervektoren, dass die entsprechenden Mengen in der Produktion verbraucht wurden. Für die Konsumenten bedeuten sie, dass die entsprechenden Mengen hergegeben wurden (z. B. Arbeitsstunden).

Auch in diesem Modell reagieren Konsumenten und Produzenten als *Mengenanpasser* auf die bestehenden Preise für die k Güter. Da es hier nur auf die relativen Preise ankommt, kann

$$P := \{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^k : \mathbf{p} \geq \mathbf{0}, \sum_{\nu=1}^k p_{\nu} = 1\}$$

als die Menge aller möglichen Preissysteme $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_k)$ angenommen werden.¹¹

2.4.1 Modellierung der Produzenten

Jede Produktionseinheit $j = 1, \dots, n$ wird beschrieben durch eine *Produktionsmenge* $Y_j \subset \mathbb{R}^k$, zu verstehen als die Menge aller Gütervektoren $\mathbf{y}_j$, die der Produzent j herzustellen in der Lage ist, wobei die negativen Komponenten die dabei verbrauchten Waren kennzeichnen. Bei einem gegebenen Preisvektor $\mathbf{p} \in P$ wird das Unternehmen j dann $\mathbf{y}_j \in Y_j$ so wählen, dass der Gewinn $\mathbf{p} \cdot \mathbf{y}_j$ maximal ist ($\cdot$ bezeichne hier das Skalarprodukt auf $\mathbb{R}^k$).

2.4.2 Modellierung der Konsumenten

Jeder Haushalt $i = 1, \dots, m$ ist gekennzeichnet durch eine *Konsumtionsmenge* $X_i \subset \mathbb{R}^k$, eine *Nutzenfunktion* $u_i : X_i \rightarrow \mathbb{R}$, eine *Anfangsausstattung* $\mathbf{w}_i \in \mathbb{R}^k$ und seine *Besitzanteile* $\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{in}$ an den Unternehmen, wobei $\alpha_{ij} \geq 0$ und $\alpha_{1j} + \dots + \alpha_{mj} = 1$ für $j = 1, \dots, n$. Bei gegebenem Preisvektor $\mathbf{p} \in P$ und gegebenen Unternehmensgewinnen $\mathbf{p} \cdot \mathbf{y}_j$ ($j = 1, \dots, n$), die entsprechend den Anteilen α_{ij} an die Haushalte ausgezahlt werden, versucht dann jeder Haushalt, im Rahmen seiner Möglichkeiten seinen Nutzen zu maximieren, löst also die Optimierungsaufgabe

$$u_i(\mathbf{x}_i) = \max !, \mathbf{x}_i \in X_i, \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}_i \leq \mathbf{p} \cdot \mathbf{w}_i + \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \mathbf{p} \cdot \mathbf{y}_j.$$

Die Konsumtionsmenge X_i kann man sich vorstellen als die Menge derjenigen Gütervektoren, die für den Haushalt i prinzipiell möglich und akzeptabel sind, bestimmt etwa durch die maximale Arbeitszeit, die er verausgaben kann, und den Mindestkonsum, den

¹⁰vgl. dazu auch HELMEDAG (1999)

¹¹Bei dieser in der Mathematik durchaus geläufigen Art der Normierung, die für den Existenzbeweis notwendig ist, handelt es sich streng genommen um einen Modellierungsfehler, auf den HELMEDAG (1999, 62-63) zu Recht hinweist: In $\sum_{\nu=1}^k p_{\nu}$ werden mit unterschiedlichen Maßeinheiten ausgestattete Größen addiert.

er zur Reproduktion benötigt. Die Ungleichungsrestriktion besagt, dass er nur soviel Geld ausgeben kann, wie er hat bzw. verdient.

2.4.3 Marktgleichgewicht

Ein *Gleichgewicht* liegt vor, wenn Angebot und Nachfrage übereinstimmen, wobei jeder Konsument und jeder Produzent seinen individuellen Zielen folgt. Es besteht also aus einem Preisvektor $\mathbf{p}^* \in P$ und Gütervektoren $\mathbf{x}_i^* \in X_i$ ($i = 1, \dots, m$) sowie $\mathbf{y}_j^* \in Y_j$ ($j = 1, \dots, n$), sodass

- (a) $\mathbf{y}_j^*$ maximiert $\mathbf{p}^* \cdot \mathbf{y}_j$ auf Y_j ($j = 1, \dots, n$).
- (b) $\mathbf{x}_i^*$ maximiert $u_i(\mathbf{x}_i)$ auf $\{\mathbf{x}_i \in X_i : \mathbf{p}^* \cdot \mathbf{x}_i \leq \mathbf{p}^* \cdot \mathbf{w}_i + \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \mathbf{p}^* \cdot \mathbf{y}_j^*\}$ ($i = 1, \dots, m$).
- (c) $\sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i^* = \sum_{i=1}^m \mathbf{w}_i + \sum_{j=1}^n \mathbf{y}_j^*$.

Die letzte Bedingung (c) besagt, dass genau so viel konsumiert wird wie aus Erstausrüstung und Produktion vorhanden.

2.4.4 Existenz des Marktgleichgewichts

Um die Existenz eines Gleichgewichts beweisen zu können, müssen über die Modellkonstruktion hinaus weitere Voraussetzungen gemacht werden:

- (1) Die Konsummengen X_i sind abgeschlossen, konvex und nach unten beschränkt. Ferner gibt es ein $\mathbf{x}_i^0 \in X_i$ mit $\mathbf{x}_i^0 < \mathbf{w}_i$.
- (2) Die Nutzenfunktionen $u_i : X_i \rightarrow \mathbb{R}$ sind stetig und quasikonkav. Zu jedem $\mathbf{x}_i \in X_i$ gibt es ein $\mathbf{x}'_i \in X_i$ mit $u_i(\mathbf{x}'_i) > u_i(\mathbf{x}_i)$.
- (3) $\mathbf{0} \in Y_j$ für $j = 1, \dots, n$, und für die Menge

$$Y = Y_1 + \dots + Y_n$$

aller möglichen Gesamtproduktionen gilt $\{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^k : \mathbf{y} \leq \mathbf{0}\} \subset Y$ und $Y \cap (-Y) = \{\mathbf{0}\}$.

- (4) Y ist abgeschlossen und konvex.

Satz 2.1 (ARROW / DEBREU (1954, 272), DEBREU (1976, 103)) *Unter den Voraussetzungen (1), (2), (3), (4) existiert ein Gleichgewicht mit den Eigenschaften (a), (b), (c).*¹²

DEBREU (1976, 114 ff.) zeigt ferner, dass ein Gleichgewicht in Bezug auf die Konsumenten *pareto-optimal* ist, d. h. es ist nicht möglich, einen Konsumenten besser zu stellen als im Gleichgewicht, ohne die Lage eines anderen zu verschlechtern.

Dagegen lässt sich, anders als im Modell des einfachen Marktgleichgewichts, die *Stabilität* nicht mehr plausibel begründen. Der in diesem Zusammenhang angeführte, oben

¹²ARROW / DEBREU (1954) beweisen den Satz unter etwas spezielleren Voraussetzungen, DEBREU (1976) unter den hier genannten, allerdings unter Verwendung von Präferenzrelationen anstelle von Nutzenfunktionen.

bereits beschriebene und hinsichtlich seiner institutionellen Voraussetzungen völlig irrealer *Auktionsprozess* mag unter zusätzlichen Voraussetzungen zur Formulierung eines Systems von Differentialgleichungen führen. Die mathematischen Bedingungen für die (asymptotische) Stabilität eines Gleichgewichtspunktes lassen sich aber nicht mehr ökonomisch interpretieren.¹³

2.4.5 Grenzen des Modellansatzes

Der Beweis des oben zitierten Existenzsatzes stellt zweifellos eine große mathematische Leistung der Art dar, für die Mathematiker zu einem Nobelpreis gelangen können, nämlich dem für Wirtschaftswissenschaft.¹⁴ Über die ökonomische Bedeutung des Satzes sagt das aber noch nichts. Und in der Tat sind ihr enge Grenzen gesetzt:

Auch dieses Modell geht von der vollständigen Transparenz des Geschehens für die Marktteilnehmer aus, und es abstrahiert davon, dass Tauschvorgänge sich in Zeit und Raum abspielen. Um diesem Einwand zu begegnen, sagt DEBREU (1976, 39), bei den Waren $1, \dots, k$ handele es sich um Güter oder Dienstleistungen an einem bestimmten Ort zu einer bestimmten Zeit. Dasselbe Gut heute oder in einem Monat würde demnach also einfach durch verschiedene Komponenten der Gütervektoren beschrieben, hätte dann aber, der Modellkonstruktion entsprechend, auch völlig voneinander unabhängige Preise. Damit allerdings wäre die Transparenz des Marktgeschehens endgültig dahin, da die Gleichgewichtspreise zum großen Teil in der Zukunft liegen.¹⁵

Bei den Preisen handelt es sich nicht um Geldpreise, sondern um Tauschrelationen zwischen den beteiligten Waren. Geld kommt im Modell nicht einmal in seiner Funktion als Tauschmittel vor, und die Wertaufbewahrung in Geldform (Sparen) ist ebenso wenig vorgesehen wie Investitionen zu dem Zweck, zukünftige Gewinne zu erzielen. Bei der im Modell beschriebenen Ökonomie liegt also eine einfache Tauschwirtschaft vor, anwendbar vielleicht auf die Zigarettenwährung des Schwarzmarkts in einem Kriegsgefangenenlager, wie die Kritikerin der Neoklassik Joan Robinson festgestellt hat: "*There is one very special case to which the Walrasian analysis applies pretty well: that is the market in a prisoner-of-war camp. The men receive parcels from the Red Cross which contain a variety of commodities. They set up a market for exchanging them, using cigarettes as a unit of account and a medium for three-cornered transactions.*"¹⁶

Wer diese sehr engen Grenzen vor Augen hat, in denen das Modell des allgemeinen Gleichgewichts Gültigkeit beanspruchen kann, wird einem Kommentar des Existenzsatzes und der Pareto-Optimalität des Gleichgewichts wie dem folgenden von NEUMANN (2002, 277) wohl schwerlich zustimmen: "*Durch diese Entdeckung wurde die Vermutung Adam Smiths, daß die Verfolgung des Selbstinteresses unter Wettbewerbsbedingungen - wie von einer unsichtbaren Hand geleitet - dem Allgemeinwohl dient, auf eine feste Grundlage gestellt.*" Das Problem der Klassiker der politischen Ökonomie, wie eigentlich eine kapitalistische Gesellschaft funktionieren kann, deren Mitglieder allesamt nur ihrem Eigennutz dienen, wird hier nicht gelöst, sondern entsorgt, indem es an ein Modell delegiert wird, das mit Kapitalismus so gut wie nichts zu tun hat.

¹³Das wird auch von Propagandisten der Theorie des allgemeinen Gleichgewichts wie NEUMANN (2002, 278) zugegeben.

¹⁴Kenneth Arrow erhielt den Nobelpreis 1972, Gérard Debreu 1983

¹⁵Die realen Zukunftsmärkte, etwa der Handel mit Optionen, der ja gerade auf unsicheren Erwartungen beruht, sind durch die Modellkonstruktion gerade ausgeschlossen.

¹⁶ROBINSON (1979, 153)

Abschließend soll noch auf zwei Voraussetzungen für den Existenzsatz hingewiesen werden, deren Implikationen vielleicht weniger deutlich ins Auge springen als die des allgemeinen Modellansatzes:

- Laut Voraussetzung (1) muss ein $\mathbf{x}_i^0 \in X_i$ mit $\mathbf{x}_i^0 < \mathbf{w}_i$ existieren. Je nachdem, wie man die Konsummengen X_i interpretiert, hat diese Bedingung unterschiedliche Konsequenzen: Wird X_i als die Menge der für den Haushalt i akzeptablen Konsumvektoren angesehen, so heißt das, dass er (vielleicht zur Not) auch mit seiner Anfangsausstattung $\mathbf{w}_i$ auskommt, auf den Austausch auf dem Markt also letztlich nicht unbedingt angewiesen ist. Hierdurch wäre die Anwendbarkeit des Modells noch weiter eingeschränkt. Interpretiert man dagegen X_i als Menge der überhaupt denkbaren Konsumvektoren und lässt $\mathbf{w}_i = \mathbf{0}$ zu, so ist in dem Gleichgewichtspunkt auch die Möglichkeit eingeschlossen, dass die in ihm für einzelne Haushalte vorgesehenen Konsumvektoren für deren Überleben nicht reichen. Das wäre dann immerhin realistisch, müsste aber doch vielleicht dem Jubel über die ausgleichenden Kräfte des Marktes gewisse Grenzen setzen.
- Voraussetzung (4) besagt u. a., dass die Gesamtproduktionsmenge Y konvex ist. Wegen $\mathbf{0} \in Y$ folgt daraus, dass mit $\mathbf{y} \in Y$ auch $\lambda \mathbf{y} \in Y$ für alle $\lambda \in (0, 1)$. In Worten ausgedrückt: Wenn es möglich ist, mit einem bestimmten Aufwand eine gewisse Menge an Waren zu produzieren, dann soll es dieser Voraussetzung gemäß auch möglich sein, z. B. mit einem Zehntel des Aufwands ein Zehntel der Menge zu produzieren. Fixkosten, etwa für Fabrikgebäude oder Maschinen, die unabhängig von der Anzahl der produzierten Waren auftreten, sind damit von vornherein aus dem Modell ausgeschlossen. Für industrielle Massenproduktion sind sie aber die Regel.

Im Zusammenhang mit dem einfachen Marktmodell, das auf der gleichen Annahme beruht, wie noch gezeigt wird, komme ich im nächsten Abschnitt auf diesen Punkt wieder zurück.

3 Güterangebot und Produktionskosten

Eine entscheidende Annahme des einfachen Marktmodells besteht darin, dass das Angebot eine monoton wachsende Funktion des Preises ist. Das sieht zumindest für die Gütermärkte auf den ersten Blick plausibel aus, aber eben nur auf den ersten: Die weit überwiegende Mehrzahl der Güter, für die wir unser Geld ausgeben, wird heute in industrieller Massenproduktion gefertigt und ist aus genau diesem Grund auch billig, denn die massenhafte Produktion, also das hohe Angebot, verringert die Stückkosten und ermöglicht niedrige Preise.

3.1 Eine Ableitung der Angebotsfunktion aus den Produktionskosten

Der Verlauf der Angebotskurve lässt sich durch ein anderes mathematisches Modell begründen, in dem die Situation eines einzelnen Produzenten betrachtet wird. Ausgangspunkt sind seine Produktionskosten. Die Produktion der Menge q des Gutes verursache für ihn Kosten in der Höhe $c(q)$ (s. Abbildung 3). Ist nun, wie im einfachen Marktmodell

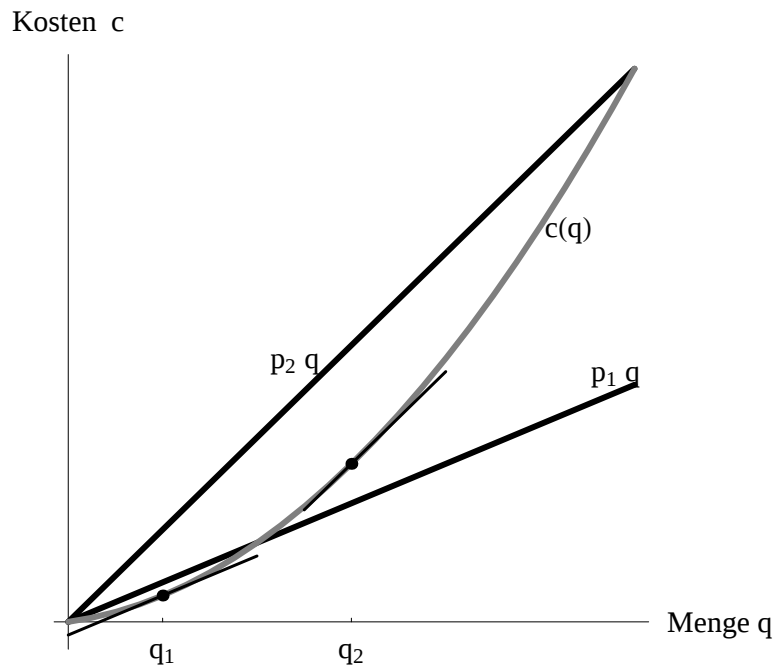


Abbildung 3: Produktionskosten und optimales Güterangebot

angenommen, der für das Gut erzielbare Preis vom einzelnen Produzenten nicht beeinflussbar, so wird dieser die von ihm produzierte Menge q bei gegebenem Marktpreis p so anpassen, dass sein Gewinn maximal wird:

$$p q - c(q) = \max !$$

Bei einer Kostenfunktion wie in Abbildung 3 ist der Gewinn für die Menge q maximal, bei der die *Grenzkosten* (Ableitung der Kostenfunktion) mit dem Marktpreis übereinstimmen:

$$p = c'(q) ,$$

d. h. es wird so viel produziert, bis das nächste Stück, das produziert werden könnte, gerade so viel einbringt, wie es kostet. Das Angebot q des einzelnen Produzenten, als Funktion des Marktpreises p ausgedrückt, ist also

$$q = c'^{-1}(p) ,$$

d. h. die Angebotskurve des einzelnen Anbieters ist gerade seine Grenzkostenkurve, und die gesamte Angebotskurve ergibt sich aus der Summe aller Angebots- und damit Grenzkostenkurven.

Die im einfachen Marktmodell unterstellte Monotonie der Angebotsfunktion ist daher äquivalent zu **steigenden Grenzkosten** oder, was dasselbe ist, einer **konvexen Kostenfunktion**. In den Lehrbüchern wird diese Annahme mehr oder weniger versteckt,

indem mit Bildern wie dem in Abbildung 3 oder fiktiven Zahlenbeispielen suggestiv operiert wird.¹⁷ Anschließend wird dann zwar gesagt, dass es auch Produkte mit konstanten oder fallenden Grenzkosten gibt. Konsequenzen werden daraus aber nicht gezogen.¹⁸

Im frühen 19. Jahrhundert wurde unter Ökonomen die Annahme steigender Grenzkosten am Beispiel des Getreideanbaus begründet: Je mehr Getreide angebaut wird, desto schlechtere Böden müssen verwendet werden, was zu immer geringeren Erträgen je Hektar und daher steigenden Grenzkosten führt. Schon damals war die Übertragung dieser Überlegung auf andere Produkte jedoch strittig. Spätestens seit Beginn des 20. Jahrhunderts wird diese Modellannahme obsolet, weil sie die Bedingungen industrieller Massenproduktion völlig verfehlt.

3.2 Produktionskosten bei industrieller Massenproduktion

Die Firma Opel hatte im Jahr 2000 einen Werbespot geschaltet, in dem eines ihrer Modelle mit der Frage angepriesen wurde: Wie baut man das beste Auto der Welt? Die erste der darauf folgenden Antworten lautete: Man investiert 4 Milliarden Mark. Hiermit wird, bei allen Vorbehalten den Aussagen von Werbespots gegenüber, eine Bedingung industrieller Massenproduktion zutreffend charakterisiert: Bevor noch das erste Auto vom Band geht, fallen riesige Kosten z. B. für Entwicklung, Gebäude und Maschinen an, unabhängig von der Zahl der danach tatsächlich produzierten Autos. Die daraus resultierende Kostenfunk-

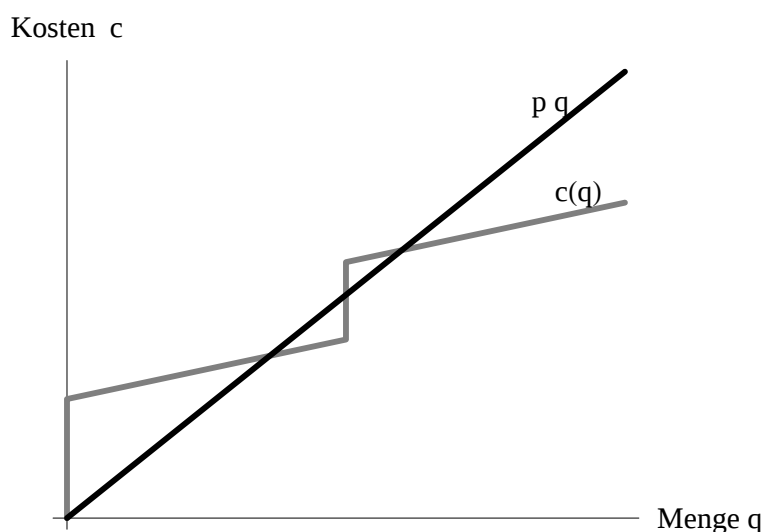


Abbildung 4: Produktionskosten bei industrieller Massenproduktion

tion $c(q)$ ist in Abbildung 4 schematisch dargestellt: Sie hat bei $q = 0$ einen Sprung in Höhe der Kosten, die anfallen, um mit der Produktion überhaupt beginnen zu können,

¹⁷vgl. MANKIW (2001, 316 ff.)

¹⁸In dem Modell des allgemeinen Gleichgewichts steckt die Annahme einer konvexen Kostenfunktion in der Konvexität der Produktionsmenge Y . In dem gerade diskutierten Fall des einzelnen Anbieters wäre $Y = \{(q, r) : c(q) \leq r\}$ zu wählen; die Konvexität der Menge Y ist äquivalent zur Konvexität der Funktion c .

und wächst dann im Wesentlichen linear (konstante Grenzkosten für die je Auto anfallenden Materialien und Löhne), bis die Kapazität der Fabrikanlage ausgeschöpft ist. Sollen noch mehr Autos gebaut werden, ist eine neue Fabrikanlage zu errichten mit weiteren festen Kosten usw.¹⁹

Geht man nun wie eben davon aus, dass der Marktpreis p gegeben ist, und fragt nach der gewinnoptimalen Zahl der zu produzierenden Autos, so lautet die Antwort entweder "gar keine" oder "so viele wie möglich". Eine Firma, deren Manager sich an diesem Vorgehen orientieren und keinerlei Rücksicht auf die Absetzbarkeit der produzierten Autos nehmen würden, wäre allerdings rasch bankrott. Tatsächlich kann unter den Bedingungen industrieller Massenproduktion **das Angebot nicht nur vom Marktpreis abhängig** gemacht werden, sondern es spielen immer auch die Nachfrageerwartungen, beeinflusst etwa durch Lieferaufträge oder die Entwicklung von Lagerbeständen, eine Rolle.

Der hier betrachteten Situation angemessen ist also nicht etwa eine fallende Angebotsfunktion, sondern überhaupt keine, jedenfalls nicht als Funktion, die nur vom Preis abhängt. Damit bricht aber die Gültigkeit des einfachen Marktmodells in sich zusammen.

3.3 Wirkung von Nachfrageänderungen auf den Preis

Die Fixierung auf das Gleichgewichtsmodell ohne Berücksichtigung seiner Voraussetzungen kann fatale Konsequenzen haben. Eine davon ist die pauschale Behauptung, eine Erhöhung der Nachfrage führe zu höheren, eine Verringerung der Nachfrage zu geringeren Preisen.²⁰ Ganz offensichtlich ist diese Behauptung bei vielen Produkten falsch: Die Einführung von Computern, CD-Spielern, Handys usw. und die damit verbundene Erhöhung der Nachfrage nach ihnen hat bekanntlich zu ihrer Verbilligung geführt.

Im Schema des Angebot-Nachfrage-Modells entspricht eine Erhöhung der Nachfrage einer Verschiebung der Nachfragefunktion nach rechts oben. In Abbildung 5 ist das der

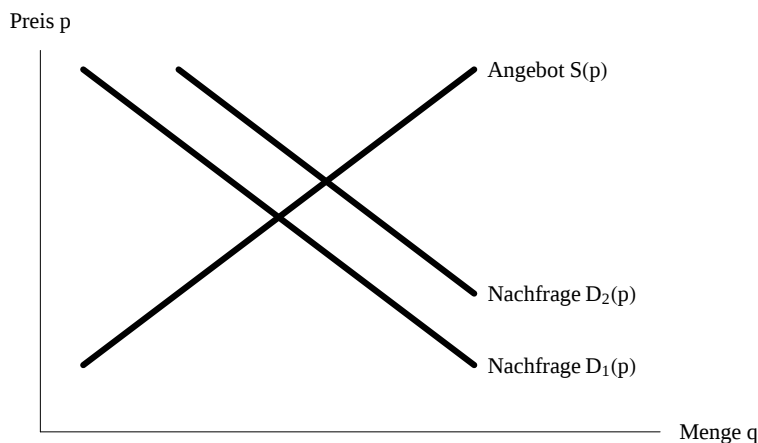


Abbildung 5: Wirkung von Nachfrageänderungen

Übergang von $D_1(p)$ zu $D_2(p)$. Wie zu sehen, führt das zu einer Erhöhung des Gleichge-

¹⁹Derartige Kostenfunktionen sind der Volkswirtschaftslehre natürlich bekannt, vgl. MANKIW (2001, 305), nur werden sie mit der Angebotsfunktion nicht so gern in Beziehung gesetzt.

²⁰MANKIW (2001, 89)

wichtspreises. Umgekehrt würde eine Veränderung der Nachfrage von $D_2(p)$ zu $D_1(p)$ zu einer Verringerung des Gleichgewichtspreises führen.

Um nun die tatsächlich zu beobachtende Verbilligung von Waren bei gleichzeitiger Erhöhung der Nachfrage zu erklären, muss daher auf externe Ursachen zurück gegriffen werden. Als *deus ex machina* wird dazu gern der technische Fortschritt bemüht, wobei allerdings übersehen wird, dass dieser in der Regel bereits stattgefunden hat, bevor es zur Preissenkung kommt.

Unter Berücksichtigung der Kostenfunktion unter Bedingungen industrieller Massenproduktion wäre dagegen die zu beobachtende Verbilligung ganz einfach ökonomisch zu erklären, nämlich durch die Wirkungskette

$$\begin{aligned} \text{höhere Nachfrage} &\rightarrow \text{höherer Absatz} \rightarrow \text{höhere Produktion} \rightarrow \\ &\rightarrow \text{geringerer Produktionspreis} \rightarrow \text{geringerer Marktpreis} \end{aligned}$$

Aber das passt natürlich nicht mehr ins Angebots-Nachfrage-Schema.

Noch deutlicher wird das Problem im Falle einer entgegengesetzten Bewegung: Wenn beispielsweise Schallplatten nicht mehr nachgefragt werden, werden sie deswegen nicht etwa billiger, wie es laut Angebots-Nachfrage-Schema sein müsste, sondern sind nur noch zu Liebhaber-Preisen zu haben, die bekanntlich besonders hoch sind. Die Heranziehung externer Ursachen verbietet sich hier, will man nicht so etwas wie einen "technischen Rückschritt" postulieren. Die Erklärung mit der obigen, im Angebots-Nachfrage-Schema nicht vorgesehenen Wirkungskette, nur in umgekehrter Richtung, bleibt dagegen problemlos:

$$\begin{aligned} \text{geringere Nachfrage} &\rightarrow \text{geringerer Absatz} \rightarrow \text{geringere Produktion} \rightarrow \\ &\rightarrow \text{höherer Produktionspreis} \rightarrow \text{höherer Marktpreis} \end{aligned}$$

4 Arbeitsmarkt

Der neoklassischen Doktrin folgend propagiert MANKIW (2001, 417) "**Die Vielseitigkeit von Angebot und Nachfrage**. Die Werkzeuge von Angebot und Nachfrage sind auf Güter wie auf Arbeitskräfte anwendbar." Zur Analyse des Arbeitsmarktes genügt demnach Abbildung 2 völlig, nur die Beschriftung des Diagramms ist zu ändern. Nun handelt es sich bei dem Arbeitsmarkt um einen Markt, der in den letzten Jahren dauerhaft im Ungleichgewicht ist: 4 Millionen Arbeitslose bedeuten einen Angebotsüberschuss in eben dieser Höhe.

4.1 Die neoklassische Erklärung der Arbeitslosigkeit

Wie kommt der zu Stande? Der neoklassischen Doktrin gemäß sind die Ursachen in markt-fremden Einflüssen zu suchen und werden in den gesetzlich festgelegten oder tariflich vereinbarten Mindestlöhnen dingfest gemacht. Die Erklärung erfolgt in Abbildung 6:

- Arbeitslosigkeit tritt dauerhaft ein, wenn der festgeschriebene Mindestlohnsatz W_M über dem Gleichgewichtslohnsatz W_G liegt. In diesem Fall liegt das Arbeitsangebot L_S über der Arbeitsnachfrage L_D .
- Zur Behebung der Arbeitslosigkeit ist daher der Mindestlohnsatz abzuschaffen oder jedenfalls so weit abzusenken, dass der Lohnsatz auf den Gleichgewichtslohnsatz sinken kann.

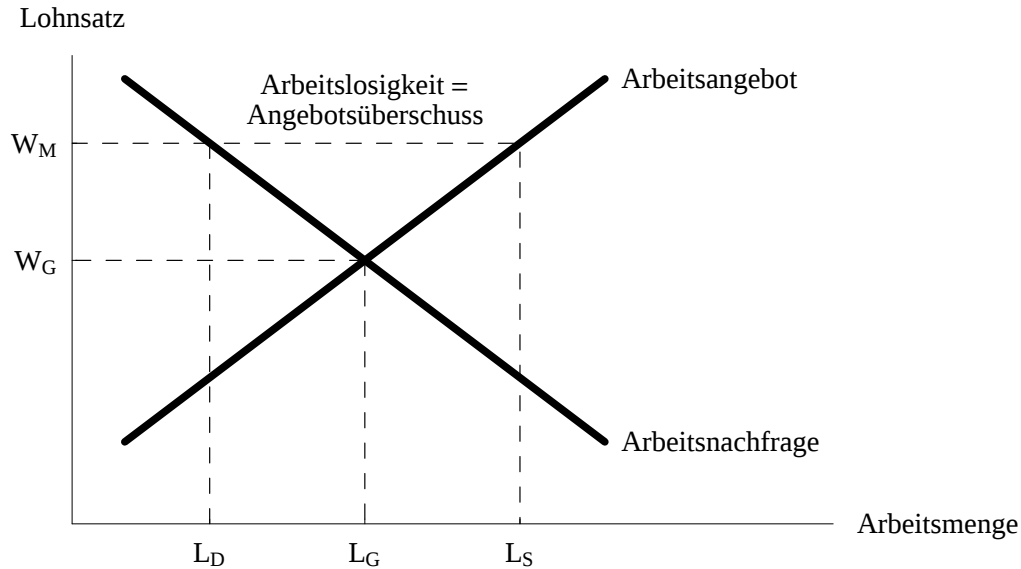


Abbildung 6: Erklärung der Arbeitslosigkeit aus zu hohen Mindestlöhnen

MANKIW (2001, 625) gibt diese Erklärung im makroökonomischen Teil seines Buches unter der Kapitelüberschrift "Die langfristige realökonomische Entwicklung". Es kann also nicht nur um die kurzfristige Reaktion einzelner Betriebe auf Lohnsenkungen gehen. Festzustellen ist daher, dass hier ganz offensichtlich die *Ceteris-Paribus-Klausel* missachtet wurde, die ja eine der Modellvoraussetzungen war. Denn die Nachfrage der Unternehmen nach Arbeit hängt wesentlich von der Auftragslage ab, also von der Nachfrage nach Gütern, diese wiederum von den Masseneinkommen und damit vom Lohnsatz. Ob dieser besonders von Keynesianern betonte gegenläufige Effekt tatsächlich der stärkere ist, lässt sich hier nicht entscheiden. Das Problem ist aber, dass diese Frage gar nicht mehr gestellt werden kann, wenn die "Werkzeuge von Angebot und Nachfrage" derart schematisch und ohne Rücksicht auf die Modellvoraussetzungen angewandt werden, das eigene Modell also als Brett vor den Kopf genagelt ist.

Eine weitere Frage, die hier ungestellt bleibt, ist die nach der Monotonie der Arbeitsangebotsfunktion: Führt ein geringerer Lohnsatz tatsächlich zu einer Verringerung des Arbeitsangebots? Was schon für Güter nur unter sehr spezifischen Voraussetzungen (wachsende Grenzkosten) gilt, muss deswegen für die Ware Arbeitskraft noch lange nicht gelten. Und merkwürdigerweise findet man dazu in den Lehrbüchern der Volkswirtschaftslehre mikroökonomische Analysen und Modelle, die diese Frage keineswegs positiv beantworten:

4.2 Eine mikroökonomische Ableitung der Arbeitsangebotsfunktion

Betrachtet wird ein einzelner Haushalt, der während eines Monats eine bestimmte maximale Zeit T zur Verfügung hat, in der er zum Lohnsatz w arbeiten kann. Welche Arbeitszeit $t \in [0, T]$, die er dem Arbeitsmarkt anbietet, wäre für ihn optimal?

Der Konflikt besteht darin, dass der Haushalt sowohl aus dem monatlichen Lohn $v = w t$ als auch aus der verbliebenen Freizeit $s = T - t$ Nutzen zieht und das eine auf Kosten des anderen geht. Der Gesamtnutzen

$$N(v, s) = N(w t, T - t)$$

ist also zu maximieren. Der Einfachheit halber nehme ich an, dass sich dieser Nutzen additiv zusammensetzt:

$$N(v, s) = G(v) + F(s)$$

mit dem Nutzen des Geldes G und dem Nutzen der Freizeit F . F und G sind dabei reelle Funktionen, die auf dem Intervall $[0, T]$ bzw. allen positiven reellen Zahlen definiert sind. Die üblichen Annahmen an diese Funktionen sind, dass sie streng monoton wachsen, ihre Ableitung (der Grenznutzen) aber streng monoton fällt, unter entsprechenden Differenzierbarkeitsvoraussetzungen also gilt:

$$F'(s), G'(v) > 0, F''(s), G''(v) < 0.$$

Typische Verläufe sieht man in Abbildung 7. Zu lösen ist jetzt die Optimierungsaufgabe

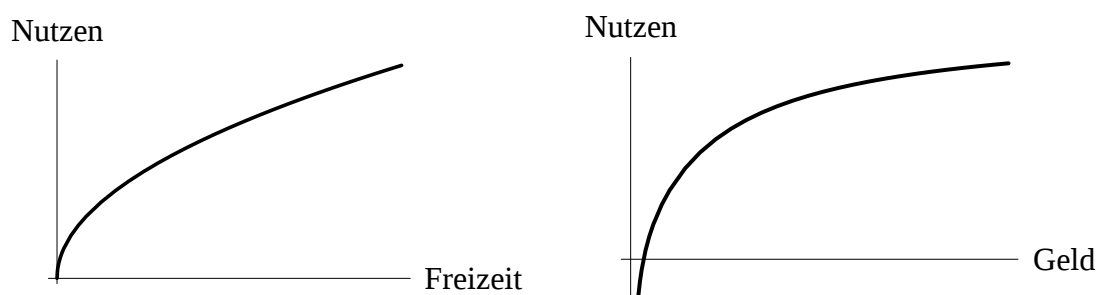


Abbildung 7: Zwei Nutzenfunktionen

$$G(w t) + F(T - t) = \max !, t \in (0, T).$$

Die Randpunkte sind hier deshalb ausgeschlossen, weil die Funktionen F oder G in 0 nicht unbedingt definiert sein müssen. Die Zielfunktion der Optimierungsaufgabe ist streng konkav, eine notwendige und hinreichende Bedingung für das gesuchte Maximum ist daher

$$w G'(w t) - F'(T - t) = 0.$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist in t streng monoton fallend. Sorgt man also dafür, dass sie am linken Randpunkt $t = 0$ positiv, am rechten $t = T$ negativ wird, was z. B. die Voraussetzung

$$\lim_{s \rightarrow 0} F'(s) = \lim_{v \rightarrow 0} G'(v) = \infty$$

gewährleistet, so besitzt die Optimierungsaufgabe eine eindeutig bestimmte Optimallösung $t_* = t_*(w)$, welche die Gleichung

$$w G'(w t_*(w)) - F'(T - t_*(w)) = 0$$

erfüllt. $t_*(w)$ ist dann zu interpretieren als das Arbeitsangebot des Haushalts bei gegebenem Lohnsatz w .

Die für den Verlauf der Arbeitsangebotsfunktion eigentlich interessante Frage ist, wie t_* von w abhängt, welches Vorzeichen also $t'_*(w)$ hat. Nun folgt aus den hier über F und G gemachten Voraussetzungen und dem Satz über implizite Funktionen, dass t_* als Funktion von w tatsächlich differenzierbar ist. Differenziert man die letzte Gleichung nach w und löst das Ergebnis nach $t'_*(w)$ auf, so ergibt sich

$$t'_*(w) = \frac{G'(w t_*(w)) + w t_*(w) G''(w t_*(w))}{-w^2 G''(w t_*(w)) - F''(T - t_*(w))} .$$

Der Nenner ist nach Voraussetzung positiv, der Zähler ist gerade die Ableitung des Ausdrucks $v G'(v)$ nach v an der Stelle $v = w t_*(w)$. Es gilt also:

$$t'_*(w) \text{ hat dasselbe Vorzeichen wie } \frac{d}{dv}(v G'(v))|_{v=w t_*(w)} .$$

Im Grunde genommen handelt es sich hier um ein **Nichtergebnis**, denn über das Vorzeichen der Ableitung von $v G'(v)$ lässt sich nichts ökonomisch Plausibles sagen. Tatsächlich führen, wie man leicht nachrechnet, die in der wirtschaftswissenschaftlichen Literatur gängigen Nutzenfunktionen $G(v) = v^\alpha$ ($0 < \alpha < 1$), $G(v) = \log v$ und $G(v) = -v^\alpha$ ($\alpha < 0$) in dieser Reihenfolge zu monoton wachsenden, konstanten und monoton fallenden Arbeitsangebotsfunktionen. Durch Kombination dieser Ansätze ist auch fast jeder beliebige andere Verlauf konstruierbar. Die in Abbildung 7 dargestellten Nutzenfunktio-

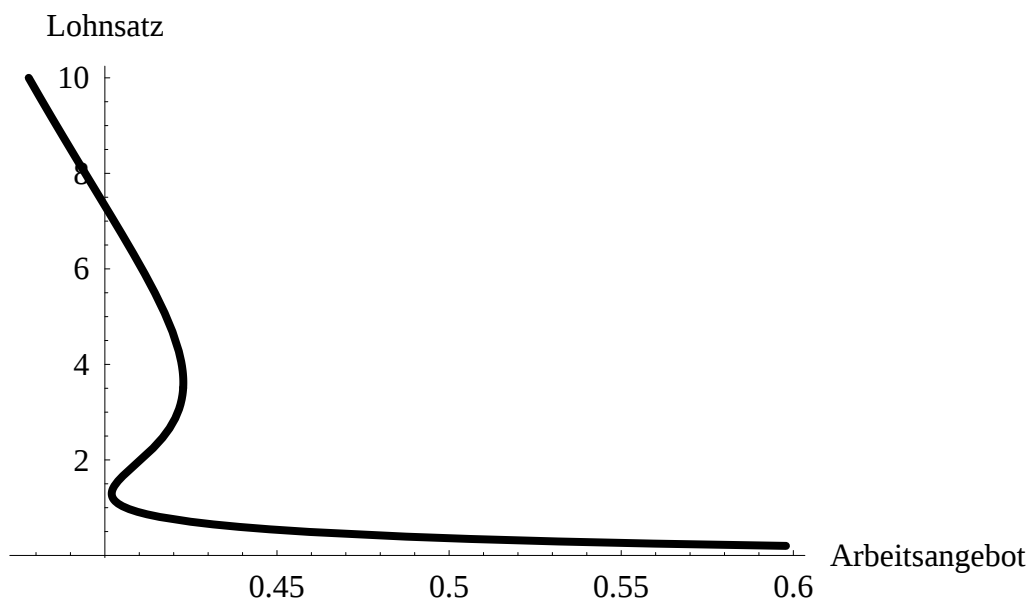


Abbildung 8: Mögliche Arbeitsangebotsfunktion

nen

$$G(v) = \frac{v}{2+v} - \frac{1}{20v} , F(s) = \sqrt{s} \text{ mit } T = 1$$

beispielsweise führen auf die in Abbildung 8 dargestellte Angebotsfunktion. Sie ist für sehr große und sehr kleine Lohnsätze monoton fallend und in einem mittleren Bereich monoton wachsend. Aber das ist nur einer von beliebig vielen anderen möglichen Verläufen.²¹

Diese Art der Nutzenoptimierung führt also nicht zu eindeutigen Aussagen, und es hat auch wenig Sinn, die "richtigen" Nutzenfunktionen genauer bestimmen zu wollen. Es handelt sich bei ihnen nämlich um Fiktionen, die notwendig sind, um überhaupt auf diese Weise mathematisch modellieren zu können: Es wird angenommen, dass alle ökonomischen Akteure Träger solcher Nutzenfunktionen sind, die sie ständig optimieren. Diese Vorstellung ist an sich schon ein wenig absurd, völlig hoffnungslos aber wäre es, den Verlauf der Nutzenfunktionen messen zu wollen.²²

Einfacher ist es schon, sich empirisch direkt der Frage zu nähern, ob die Arbeitsangebotsfunktion monoton wächst oder fällt, und da spricht doch Vieles für Letzteres:

- Wer 40 Stunden in der Woche für einen Stundenlohn von 8 Euro arbeitet und den wöchentlichen Lohn von 320 Euro zum (Über-)Leben dringend braucht, der wird bei einer Absenkung des Stundenlohns auf 6 Euro den Wunsch haben, mehr zu arbeiten, damit das nötige Geld zusammen kommt. Insbesondere in Billiglohnsektoren oder -ländern ist deshalb vielfach die Tendenz zu beobachten, einen Zweitjob auszuüben, ggf. auch in Schwarzarbeit.
- Das aktuell (Herbst 2003) von Politikern aller Parteien unter Hinweis auf die globale Standortkonkurrenz immer wieder vorgebrachte Argument, die Deutschen müssten wieder mehr arbeiten, um ihren Lebensstandard halten zu können, und sie würden das auch wollen (was von Umfragen bestätigt wird), läuft ebenfalls auf eine monoton fallende Arbeitsangebotsfunktion hinaus: Auf die intendierte Verringerung des Lohnsatzes wird, damit der Lohn nicht sinkt, mit Mehrarbeit reagiert.

Die hier referierte theoretische Herleitung der Arbeitsangebotsfunktion aus einer Nutzenoptimierung der Haushalte findet sich in vielen Lehrbüchern, die mikroökonomische Modelle behandeln, immer mit dem gleichen (Nicht-)Ergebnis. MANKIV (2001, 501 ff.) etwa stellt mit etwas anderen Modellvoraussetzungen (Präferenzrelationen statt Nutzenfunktionen) und etwas anderen (geometrischen) Methoden fest, dass je nach der Art der Präferenzen die Arbeitsangebotskurve einen steigenden oder fallenden Verlauf aufweisen kann.²³ Das hindert ihn aber nicht daran, achtzig Seiten vorher²⁴ die uneingeschränkte Anwendbarkeit des Angebot-Nachfrage-Modells auf den Arbeitsmarkt zu konstatieren und hundertzwanzig Seiten später²⁵ die Absenkung der angeblich zu hohen Mindest- und Tariflöhne als Rezept gegen die dauerhafte Arbeitslosigkeit aus eben diesem Modell abzuleiten. Es ist schon erstaunlich, welche Ungereimtheiten zwischen zwei Buchdeckel passen.

²¹Die hergeleitete Charakterisierung des Vorzeichens von $t'_*(w)$ macht von der sehr speziellen Voraussetzung einer additiven Nutzenfunktion Gebrauch. Hier ging es aber nur darum nachzuweisen, dass sich aus der Nutzenoptimierung für die Monotonie der Arbeitsangebotsfunktion keine ökonomisch interpretierbaren und überprüfbaren Bedingungen ableiten lassen. Wenn das unter speziellen Voraussetzungen schon nicht geht, dann natürlich unter allgemeineren erst recht nicht.

²²Die nichtempirische Qualität von Nutzenfunktionen und der damit eng zusammenhängenden Präferenzrelationen scheint inzwischen allgemein anerkannt zu sein, vgl. AUINGER (1995, 49 - 67).

²³Das Ergebnis wird allerdings im Kapitel *Ein Thema für Fortgeschrittene*, Abschnitt *Die Theorie der Konsumentscheidungen*, Unterabschnitt *Vier Anwendungen* eher versteckt als präsentiert. Allzu forschen sollen die LeserInnen auf die logischen Widersprüche wohl nicht gestoßen werden.

²⁴MANKIV (2001, 417)

²⁵MANKIV (2001, 625)

5 Ein vorläufiges Fazit

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Volkswirtschaftslehre bzw. deren dominierende Schule mathematische Modelle zwar extensiv einsetzt, von einer methodisch sauberen mathematischen Modellbildung aber nicht die Rede sein kann. Der Hauptfehler besteht in dem Vorgehen, die mit jeder Modellierung notwendig verbundenen Modellannahmen entweder nicht auszuweisen oder sie nach beiläufiger Erwähnung gleich wieder unter den Teppich zu kehren, wenn sie bestimmte Argumentationen stören.

Mathematische Modelle haben den Anspruch, abstrakte, idealisierte Abbilder der von ihnen beschriebenen Aspekte der Wirklichkeit zu sein. Die hier betrachteten volkswirtschaftlichen Modelle werden diesem Anspruch nicht gerecht: Es handelt sich bei ihnen nicht um Abstraktionen oder Idealisierungen, sondern um Spezialfälle, die fälschlich für das Ganze genommen werden: Von mehreren Möglichkeiten (fallende, konstante oder steigende Grenzkosten, fallende, konstante oder steigende Arbeitsangebotsfunktion usw.) wird diejenige als gegeben postuliert, die gerade in die eigene Sichtweise und Argumentation passt, ohne Rücksicht auf ihre tatsächliche Bedeutung. Dass sich auf diese Weise keine Erkenntnisse über den Untersuchungsgegenstand gewinnen lassen, die über die eigenen Vorurteile hinausgehen, ist evident.

Der hier vorgelegte Befund wurde nicht nur, aber doch überwiegend an Modellen erhoben, die in heutigen einführenden Lehrbüchern der Volkswirtschaftslehre verwendet werden, und betrifft daher zunächst einmal nur diese. Dass sie für die Volkswirtschaftslehre als Ganze repräsentativ sind, könnte bestritten werden und wäre ggf. genauer zu untersuchen. Ich gehe aber bis auf Weiteres davon aus, dass wie in anderen Wissenschaften auch die einführenden Lehrbücher als Visitenkarten dienen, mit denen die Volkswirtschaftslehre sich, ihren Gegenstand und ihre Methoden, den Studierenden der Anfangssemester ebenso wie Außenstehenden präsentiert. Es wäre ja auch mehr als absonderlich, wenn im Grundstudium ein methodisch falscher Gebrauch von Modellen eingeübt und der richtige dann dem Hauptstudium vorbehalten würde.

Um logische Fehler zu erkennen, und um solche handelt es sich, braucht man kein Experte für Modellierung zu sein, auch wenn das im hier betrachteten Zusammenhang hilfreich sein mag. Es ist daher nicht überraschend, dass diese Art der Verwendung mathematischer Modelle kritisiert wurde, seit sie aufkam.²⁶ Umso verwunderlicher ist es, dass sie sich durchsetzen konnte und heute anscheinend ein ganzes Fach dominiert.

Auch ihren Urhebern können diese Fehler kaum verborgen geblieben sein. Ein Harvard-Professor, der mit einem Modell die angeblich zu hohen Tarif- und Mindestlöhne als schuldig an der Arbeitslosigkeit ausmacht, weiß natürlich oder sollte jedenfalls wissen, dass er hundertzwanzig Seiten vorher im selben Buch die Annahmen eben dieses Modells bereits widerlegt hatte.²⁷ Der Eindruck drängt sich auf, dass ein solches Vorgehen nicht einfach fehlerhaft ist, sondern absichtsvoll: Es geht weniger darum, Erkenntnisse zu gewinnen, als vielmehr bestimmte vorgefasste Sichtweisen zu vermitteln, nämlich die einer Harmonielehre des Marktes, der "Gleichgewichtsidee". Man muss keine besonders strengen Maßstäbe

²⁶vgl. KRÄTKE (1999) und die dort genannte Literatur. Eine neuere (und neuerliche) Kritik an der allgemeinen Gleichgewichtstheorie übt HELMEDAG (1999). AUINGER (1995) kritisiert aus wissenschaftsphilosophischer Sicht die Verwendung der Mathematik in den Sozialwissenschaften und exemplifiziert seine Kritik u. a. an der Haushalts- und Konsumtheorie der Volkswirtschaftslehre.

²⁷Es sei hier noch einmal betont, dass das Lehrbuch von MANKIW (2001) keineswegs ein Ausreißer nach unten, sondern vielmehr prototypisch für einführende Lehrbücher der Volkswirtschaftslehre ist und als eines der besseren gelten kann.

anlegen, um dieses Verfahren als unwissenschaftlich und ideologisch zu charakterisieren.

Welche Konsequenzen aus alledem zu ziehen sind, lässt sich aus der Außenperspektive nicht entscheiden. Aus der Tatsache, dass mathematische Modelle falsch gebraucht werden, lässt sich nicht zwingend schließen, ihre Verwendung sei ganz zu vermeiden. Die derzeitige Situation macht es im Gegenteil geradezu unmöglich, die Relevanz mathematischer Modellbildung für die Volkswirtschaftslehre zu beurteilen, denn dazu müsste sie in methodisch sauberer Form ja erst einmal betrieben werden. Eine Mindestanforderung dafür besteht in der Beachtung einer elementaren Grundregel: Mathematische Modelle können in keinem Fall mehr liefern als logische und mathematische Schlussfolgerungen aus den Annahmen, die in sie hineingesteckt wurden.

Es wäre deshalb schon viel gewonnen - und kritischen LeserInnen von wirtschaftswissenschaftlichen Lehrbüchern allemal zu empfehlen -, würde man jedem Modell einen "Beipackzettel" anheften, auf dem festgehalten ist, auf welchen Annahmen es beruht und unter welchen Bedingungen es anwendbar ist, also z. B.

Unter Bedingungen industrieller Massenproduktion nicht geeignet

Da dann allerdings die Mehrzahl der einführenden Lehrbücher vom Markt genommen werden müsste, ist dieser Vorschlag nicht besonders realistisch. Einen praktikableren habe ich jedoch nicht.

Literatur

- ARROW, K. J. / DEBREU, G. (1954): *Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy*, *Econometrica* 22 (3); 265 - 290
- AUINGER, H. (1995): *Mißbrauchte Mathematik: Zur Verwendung mathematischer Methoden in den Sozialwissenschaften*, Frankfurt/M. u. a.
- DEBREU, G. (1976): *Werttheorie. Eine axiomatische Analyse des ökonomischen Gleichgewichts*, Berlin u. a.
- HELMEDAG, F. (1999): *Ohne Werte und kreislaufschwach: Zum Status der Allgemeinen Gleichgewichtstheorie*, in HELMEDAG, F. / REUTER, N. (Hrsg.): *Der Wohlstand der Personen*, Marburg
- KRÄTKE, M. R. (1999): *Neoklassik als Weltreligion*, in *Kritische Interventionen* 3, Die Illusion der neuen Freiheit, Hannover; 100 - 144
- MANKIW, N. G. (2001): *Grundzüge der Volkswirtschaftslehre*, 2. Auflage, Stuttgart
- NEUMANN, M. (2002): *Neoklassik*, in ISSING, O. (Hrsg.): *Geschichte der Nationalökonomie*, 4. Aufl., München; 271 - 288
- ROBINSON, J. (1979): *Markets*, in *Collected Economic Papers*, Vol. 5, Oxford; 146 - 167
- SIEBERT, H. (1996): *Einführung in die Volkswirtschaftslehre*, 12. Auflage, Stuttgart u. a.