

Programme aus dem Buch: Gerhard Opfer: Numerische Mathematik für Anfänger, 5. Auflage, Vieweg-Teubner, Braunschweig, Wiesbaden, 2008.

Bis auf wenige Ausnahmen sind alle Programme in zwei Teile gegliedert: der wesentlich Teil hat die Form einer Prozedur `name.m`, die zum Testen in einem Programm mit dem Namen `name_Test.m` aufgerufen wird. Einige direkt aufrufbare Programme existieren nur mit dem Namen `name_Test.m`. Im Regelfall sind also beide Programme `name.m` und `name_Test.m` zu laden. Eine Ausnahme ist das FFT-Programm, das eine zusätzliche Prozedur `p0219_fft_umordnen` benötigt.



Kapitel 1

[Hier klicken!](#)

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 1.6. Zahlbereichsueberlauf, Seite 5.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programme p0106_Ueberlauf_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 n=intmax-5; %MATLAB: intmax = 2147483647 = 2^31-1
7 for j=1:10
8     n=n+1; [j,n] %ab j=6 kommt immer intmax heraus
9 end;
```



[Hier klicken!](#)

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 1.7. Abfrage auf Gleichheit, Seite 6.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programme p0107_Gleichheit_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 format short e      %Zahlformat in der Form 6.5432e-1
7 for n=1:10
8     x=((1/n)/10+1)*n-n; %1/10 in exakter Arithmetik
9     if x==1/10
10        disp(['Gut gegangen bei n = ',int2str(n)]);
11    else
12        disp(['Schief gegangen bei n = ',int2str(n),' x-1/10 = ',num2str(x-1/10)]);
13    end;
14 end;
15 format short      %Zahlformat in der Form 0.6543, (Standardformat)
16 %Ergebnisse (MATLAB 7.2.0.283):
17 %   n      | x-1/10
18 %-----|-----
19 % 1 u 2    | 8.3e-17
20 % 3        | 5.3e-16
21 % 4 bis 10 | -3.6e-16
```



Kapitel 2

[Hier klicken!](#)

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 2.9. Horner-Schema fuer alle Ableitungen, Seite 16.
```

```

4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0209_Horner%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %b=p0209_Horner(a,x); Gegeben die Koeffizienten a=(a_1,a_2,...,a_{n+1})
7 %des Polynoms p in der Anordnung p(x):=a_1+a_2x+...+a_{n+1}x^n. Das Ergebnis
8 %ist b=(b_1,b_2,...,b_{n+1}) mit b_j=p^(j-1)(x)/(j-1)!, j=1,2,...,n+1.
9 function b=p0209_Horner(a,x);
10     n=length(a)-1;
11     for k=0:n-1
12         for j=n-1:-1:k
13             a(j+1)=a(j+1)+x*a(j+2);
14         end;
15     end;
16     b=a;

```

[Hier klicken!](#)

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 2.9, Beispiel 2.7. Horner-Schema fuer alle Ableitungen, Seite 16.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programm p0209_Horner_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 a=[-7,-4,1,2]; x=2;
7 b=p0209_Horner(a,x) %Ergebnis: b=[5,24,13,2], wie in Tabelle 2.8 vorgerechnet.

```



[Hier klicken!](#)

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 2.19. FFT mit BIT-Umkehr und Aufrufteil, Seite 25.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0219_fft%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %c=p0219_fft(r,n_akt,c); Schnelle Fourier Transformation angewendet auf den
7 %Vektor c(r+1),c(r+2),...,c(r+n_akt), geschneidert zur schnellen Auswertung von
8 %t_k=a_0/2+sum(1 bis n-1)(a_j cos(j*x_k) + b_j sin(j*x_k)) mit aequidistanten
9 %Knoten x_k=2pik/n, fuer alle k=0,1,...,n-1. Funktioniert nur, wenn n eine
10 %Zweierpotenz ist. Das Ergebnis ist noch nicht geordnet.
11 %Dazu wird die Prozedur p0219_fft_umordnen(n,c) benoetigt.
12
13 function c=p0219_fft(r,n_akt,c);
14     global n; global w;
15     if n_akt>1
16         m=floor(n_akt/2); q=floor(n/n_akt);
17         for k=r:r+m-1
18             h=c(k+1); c(k+1)=h+c(m+k+1);
19             l=mod(k*q,n); %bei grosser Zahl n Fehlerquelle
20             c(m+k+1)=w(l+1)*(h-c(m+k+1));
21         end; %for k
22         c=p0219_fft(r,m,c); %wird (n-1)mal aufgerufen
23         c=p0219_fft(r+m,m,c);
24     end; %if n_akt>1

```

[Hier klicken!](#)

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 2.19. FFT mit BIT-Umkehr und Aufrufteil, Seite 25.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0219_fft_umordnen%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 function c=p0219_fft_umordnen(n,c);

```

```

7  %Der Vektor c der Laenge n wird entsprechend den FFT-Regeln umgeordnet.
8  nh=floor(n/2);
9  for j=0:n-1
10     k=0; l=j; m=nh;
11     while l>0
12         k=k+mod(l,2)*m; l=floor(l/2); m=floor(m/2);
13     end; %while
14     if k>j
15         h=c(j+1); c(j+1)=c(k+1); c(k+1)=h;
16     end; %if
17 end; %for j

```

Hier klicken!

```

1  %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2  %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3  %Programm 2.19. FFT mit BIT-Umkehr und Aufrufteil, Seite 25.
4  %Gebraucht werden c=p0219_fft(r,n_akt,c); und c=p0219_fft_umordnen(n,c);
5
6  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
7  clear
8  global n; global w;
9  n=8;
10 %1. Einige Dateneueberpruefungen=====
11 %1a. Ist n zu gross?
12 if n>=2^16
13     warning('In p0219_fft ist n moeglicherweise zu gross!');
14 end; %if
15 %1b. Ist n eine Zweierpotenz?
16 ja=0;
17 if n>0 & n==round(n) & round(log2(n))==log2(n)
18     ja=1;
19 end; %if
20 if ~ja
21     error('n ist in p0219_fft keine Zweierpotenz!');
22 end; %if=====
23 %2. Datenversorgung nach Beispiel 2.16, Seite 24=====
24 J=[0:n-1];
25 w=exp(i*2*pi*J/n); %w ist Vektor der Laenge n
26 a(1)=8*pi*pi/3;
27 b(1)=0; %wird nicht gebraucht
28 for j=1:n
29     a(j+1)=4/(j^2); %4/1, 4/4, 4/9, 4/16, ...
30     b(j+1)=-4*pi/j; %b(n+1) wird nicht gebraucht
31 end; %for j
32 c(1)=a(1)/2 + a(n+1);
33 for j=1:n-1
34     c(j+1)=0.5*(a(j+1)+a(n-j+1)+i*(-b(j+1)+b(n-j+1)));
35 end; %for
36 %Ergebnis fuer n=4: c=[13.4095, 2.2222 + 4.1888i, 1.0000, 2.2222 - 4.1888i].
37 %n=8: c=[13.2220, 2.0408 + 5.3856i, 0.5556 + 2.0944i, 0.3022 + 0.8378i,
38 % 0.2500, 0.3022 - 0.8378i, 0.5556 - 2.0944i, 2.0408 - 5.3856i].
39 %3. Aufrufteil, enthaelt Umordnung=====
40 c=p0219_fft(0,n,c);
41 c=real(c); %imaginaere Rundungsfehler abschneiden
42 c=p0219_fft_umordnen(n,c); %Umordnen nach den FFT-Regeln
43 %Ergebnis fuer n=4: c=[18.8539, 4.0319, 9.9650, 20.7871].
44 % n=8: c=[19.2692, 2.4408, 3.2652, 5.9009, 9.8970, 15.1256, 21.4565, 28.4206].

```



[Hier klicken!](#)

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 2.25. Herstellung eines Kettenbruchs, Seite 31/32.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0225_Kettenbruch%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %[quotient,rest_polynom]=p0225_kettenbruch(zeler_polynom,nenner_polynom);
7 %Ausgehend von Grad(zeler_polynom) >= Grad(nenner_polynom) werden zwei
8 %Polynome quotient und rest_polynom nach der Formel
9 %zeler_polynom=nenner_polynom*quotient+rest_polynom berechnet.
10 %Alle Polynome p haben die Darstellung  $p(x)=a_1+a_2x+\dots+a_{n+1}x^n$ , werden also
11 %durch den Vektor  $(a_1,a_2,\dots,a_{n+1})$  dargestellt. Ist  $a_{n+1}$  nicht Null,
12 %so ist n der Grad von p. Ist andernfalls  $a_{j+1}$  nicht Null aber
13 % $a_{j+2}=a_{j+3}=\dots=a_{n+1}=0$ , so ist j der Grad von p.
14 %Enthaelt die Prozedur [g,polynom_neu]=grad(polynom);
15
16 function [quotient,rest_polynom]=p0225_kettenbruch(zeler_polynom,nenner_polynom);
17     set(0,'RecursionLimit',10); %Vorsichtsmassnahme bei rekursivem Aufruf
18     [gzeler,zeler_polynom]=grad(zeler_polynom);
19     [gnenner,nenner_polynom]=grad(nenner_polynom);
20     if gzeler >= gnenner
21         rest_polynom=zeler_polynom;
22         for k = gzeler-gnenner:-1:0
23             quotient(k+1) = rest_polynom(gnenner+k+1)/nenner_polynom(gnenner+1);
24             for j=gnenner+k:-1:k
25                 rest_polynom(j+1)=rest_polynom(j+1)-quotient(k+1)*nenner_polynom(j-k+1);
26             end; %for j
27         end; %for k
28         [g_rest,rest_polynom]=grad(rest_polynom);
29     end; %if
30
31 function [g,polynom_neu]=grad(polynom);
32 %Ergibt eine Fehlermeldung, wenn polynom = [0,0,...,0].
33 %polynom_neu ist dasselbe wie polynom, aber ohne die Nullen am Ende.
34 Schranke=1e-10; %Sollte in gewissen Faellen modifiziert werden
35 l=length(polynom); g=l-1; ell=1;
36 %while ell >= 1 & polynom(ell)==0 %ideelle Form
37 while ell >= 1 & abs(polynom(ell)) < Schranke %numerische Form
38     g=g-1; ell=ell-1;
39 end; %while
40 if nargout==2
41     polynom_neu=polynom; polynom_neu(g+2:l)=[];
42 end;
```

[Hier klicken!](#)

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 2.25. Herstellung eines Kettenbruchs, Seite 31/32.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programm p0225_Kettenbruch_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 zeler=[-2,3,4]; %Daten aus Beispiel 2.22, Seite 28.
7 nenner=[5,-4,2]; %Ergebnisse dazu in Tabelle 2.25, Seite 33.
8 le=2; z=1;%
9 ze{1}=zeler;
```

```

10 while le>0
11     z=z+1;
12     [quotient,rest]=p0225_kettenbruch(zeler,nenner);
13     qu{z}=quotient;
14     ze{z}=nenner;
15     zeler=nenner;
16     nenner=rest;
17     le=length(rest);
18 end; %while
19 %Ergebnisse zeigen:
20 format rat %rationales Anzeigeformat
21 [0,ze{1}]
22 for j=2:z
23     [j-1,ze{j}]
24     [j-1,qu{j}]
25 end;
26 format short
27 %Einige Tests: r(0)=-2/5; r(1)=5/3;
28 wertbeinull=qu{2}(1)+1/(qu{3}(1)+1/qu{4}(1))           %-0.4000
29 wertbeieins=sum(qu{2})+1/(sum(qu{3})+1/sum(qu{4}))      % 1.6667

```



Kapitel 3

[Hier klicken!](#)

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 3.13. Dividierte Differenzen mit Neville-Reihenfolge, Seite 42.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0313_dividierte_Diff_Neville%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %c=p0313_divierte_Diff_Neville(x,f); %Aus den Daten (x_j,f_j), j=0,1,...,n werden
7 %die dividierten Differenzen c=(c_0,c_1,...,c_n) in Neville-Reihenfolge berechnet.
8 function c=p0313_dividierte_Diff_Neville(x,f);
9     c=f; n=length(f)-1;
10    for j=1:n
11        for k=n:-1:j
12            c(k+1)=(c(k+1)-c(k))/(x(k+1)-x(k-j+1));
13        end; %for k
14    end; %for j

```

[Hier klicken!](#)

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 3.18. Dividierte Differenzen mit Aitken-Reihenfolge, Seite 43.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0318_dividierte_Diff_Aitken%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %c=p0318_dividierte_Diff_Aitken(x,f); %Aus den Daten (x_j,f_j), j=0,1,...,n werden
7 %die dividierten Differenzen c=(c_0,c_1,...,c_n) in Aitken-Reihenfolge berechnet.
8 function c=p0318_dividierte_Diff_Aitken(x,f);
9     c=f;
10    n=length(f)-1;
11    for j=1:n
12        cj=c(j); xj=x(j);
13        for k=j:n
14            c(k+1)=(c(k+1)-cj)/(x(k+1)-xj);
15        end; %for k
16    end; %for j

```

[Hier klicken!](#)

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 3.15. Berechnung des Wertes y:=p(xi) mit Neville-Reihenfolge.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0315_Neville%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %y=p0315_Neville(x,f,xi); Fr die Daten (x_j,f_j), j=1,2,...,n+1, x_j<x_{j+1}
7 %wird mit der Methode von Neville der Wert y=p(xi) des Interpolationspolynoms p
8 %an der Stelle xi berechnet. Ist xi ein Vektor, so auch y=p(xi).
9 function y=p0315_Neville(x,f,xi);
10     n=length(x)-1; m=length(f)-1;
11     y=zeros(size(xi));
12     if m~=n
13         error('In p0315_Neville haben x und f nicht die gleiche Laenge!');
14     end;
15     Add=0; Mult=0; Div=0; %Statistik der Operationszahlen, kann auch entfallen.
16     for j=1:length(xi)
17         for k=0:n
18             p(k+1)=f(k+1); sk=xi(j)-x(k+1); %1 Add
19             Add=Add+1;
20             for l=k-1:-1:0
21                 p(l+1)=p(l+2)+(p(l+2)-p(l+1))*sk/(x(k+1)-x(l+1)); %3 Add, 1 Mult, 1 Div
22                 Add=Add+3; Mult=Mult+1; Div=Div+1;
23             end; %for l
24         end; %for k
25         y(j)=p(1); %[n,Add,Mult,Div]
26     end; %for j
```

[Hier klicken!](#)

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 3.15. Berechnung des Wertes y:=p(xi) mit Aitken-Reihenfolge.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0316_Aitken%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %y=p0316_Aitken(x,f,xi); Fr die Daten (x_j,f_j), j=1,2,...,n+1 x_j<x_{j+1},
7 %wird mit der Methode von Aitken der Wert y=p(xi) des Interpolationspolynoms p
8 %an der Stelle xi berechnet. Ist xi ein Vektor, so auch y=p(xi).
9 function y=p0316_Aitken(x,f,xi);
10     n=length(x)-1; m=length(f)-1;
11     y=zeros(size(xi));
12     if m~=n
13         error('In p0316_Aitken haben x und f nicht die gleiche Laenge!');
14     end;
15     Add=0; Mult=0; Div=0; %Statistik der Operationszahlen, kann auch entfallen.
16     for j=1:length(xi)
17         q=f;
18         for k=1:n
19             for l=k:n
20                 q(l+1)=q(l+1)+(q(l+1)-q(k))*(xi(j)-x(l+1))/(x(l+1)-x(k));
21                 % 4 Add, 1 Mult, 1 Div
22                 Add=Add+4; Mult=Mult+1; Div=Div+1;
23             end; %for l
24         end; %for k
25         y(j)=q(n+1); %[n,Add,Mult,Div]
26     end; %for j
```

Hier klicken!

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 3.13 und 3.18. Dividierte Differenzen Neville und Aitken, Seite 42/43.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programme p0313u18_dividierte_Diff_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 x1=linspace(0,15,16)'; f1=x1.^5; %f1=rand(size(x1));
7 %c_neville1=p0313_dividierte_Diff_Neville(x1,f1);
8 %c_aitken1=p0318_dividierte_Diff_Aitken(x1,f1);
9 %norm(c_aitken1-c_neville1)
10 %-----
11 x2=[0,1,3,4]'; f2=[1,2,3,2]'; %Beispiel aus Tabelle 3.23, S. 45
12 c_neville2=p0313_dividierte_Diff_Neville(x2,f2); %Erste Zeile aus Tabelle 3.23
13 c_aitken2=p0318_dividierte_Diff_Aitken(x2,f2);
14 no=norm(c_aitken2-c_neville2) %ist Null
```

Hier klicken!

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 3.15 und 3.16. Berechnung von y:=p(xi) nach Neville und Aitken, S. 42
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programme p0315u16_Neville_Aitken_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %x=rand(10,1); %zufaellige Verteilung, gibt schnell Fehler
7 %fuer groessere n (etwa ab n = 15)
8 x=linspace(0,1,12)'; %aequidistante Verteilung
9 x=unique(x); Polynomgrad=length(x)-1
10 %Die x-Werte werden aufsteigend sortiert und moegliche Dubletten weggelassen.
11 f=x.*x; %Das Interpolationspolynom p stimmt in diesem Fall
12 % (theoretisch) mit p(x)=x^2 ueberein.
13 y1=p0315_Neville(x,f,pi);
14 y2=p0316_Aitken(x,f,pi);
15 disp('Fehler an der Auswertungsstelle pi:');
16 Fehler_Neville=pi^2-y1
17 Fehler_Aitken=pi^2-y2
18
19 %Anwendung auf mehrere Auswertungen simultan.
20 xi=rand(25,1);
21 xi=unique(xi);
22 z1=p0315_Neville(x,f,xi);
23 z2=p0316_Aitken(x,f,xi);
24 Fehler_Neville=norm(xi.^2-z1)
25 Fehler_Aitken=norm(xi.^2-z2)
26 Unterschied=norm(z1-z2)
```



Kapitel 4

Hier klicken!

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 4.36. de Casteljau-Algorithmus, Seite 118.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0436_Casteljau%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 % [A]=p0436_Casteljau(a,t); Gegeben Kontrollpunkte a(1) bis a(k) in komplexer Form
7 % und ein Gitter t mit 0<=t(j)<t(j+1)<=1 ueber dem alle Kurven berechnet werden.
8 % Ist n die Laenge des Gitters, so wird eine (kxn) Matrix A berechnet, und A(j,:)
9 % ist fuer jedes 1<=j<=k ein Polygon. Die endgueltige Kurve ist A(1,:);
```

```

10 function [A]=p0436_Casteljau(a,t);
11     k=length(a);
12     for j=1:k
13         A(j,:)=a(j)*ones(size(t));
14     end;
15     for r=k-1:-1:1
16         for j=1:r
17             A(j,:)=(1-t).*A(j,:)+t.*A(j+1,:); %wiederholte Konvexkombinationen.
18         end; %for j
19     end; %for k %Das Endergebnis steht auf A(1,:).

Hier klicken!
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 4.36. de Casteljau-Algorithmus, Seite 118.
4 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programm p0436_Casteljau_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 close all;
7 a(1)=-5+3i; a(2)=-2-2.5i; a(3)=0; a(4)=2-2.5i; a(5)=5+3i; %Wie im Buch, S. 118.
8 t=linspace(0,1,41); geschlossen=0;
9 [A]=p0436_Casteljau(a,t);
10 k=length(a);
11 for j=1:k
12     if j<k
13         text(real(a(j))+0.08,imag(a(j))+0.08,int2str(j));
14     end; %if
15     if j==k & ~geschlossen
16         text(real(a(j))+0.08,imag(a(j))+0.08,int2str(j));
17     end; %if
18     if j==1, hold on;
19     end; %if
20 end; %for j
21 plot(a(:),'--'); plot(a(:),'s'); plot(a(:),'*'); %dicke Punkte
22 %Kontrollpolygon ist jetzt fertig.
23 set(gcf,'DefaultLineLineWidth',2); %dickere Linie
24 plot(A(1,:), 'b'); hold off; %Die fertige Kurve ist blau und dick.
25 set(gcf,'DefaultLineLineWidth',0.5); %wieder normaldicke Linie
26 %-----
27 %Dasselbe nochmal mit geschlossener Kurve
28 figure(2);
29 a(6)=a(1); geschlossen=1;
30 [A]=p0436_Casteljau(a,t);
31 k=length(a);
32 for j=1:k
33     if j<k
34         text(real(a(j))+0.08,imag(a(j))+0.08,int2str(j));
35     end; %if
36     if j==k & ~geschlossen
37         text(real(a(j))+0.08,imag(a(j))+0.08,int2str(j));
38     end; %if
39     if j==1, hold on;
40     end; %if
41 end; %for j
42 plot(a(:),'--'); plot(a(:),'s'); plot(a(:),'*'); %dicke Punkte
43 %Kontrollpolygon ist jetzt fertig.
44 set(gcf,'DefaultLineLineWidth',2); %dickere Linie
45 plot(A(1,:), 'b'); hold off; %Die fertige Kurve ist blau und dick.

```

```

46 set(gcf,'DefaultLineLineWidth',0.5); %wieder normaldicke Linie
47 %-----
48 %Vorschlag fuer weitere Tests:
49 figure(3)
50 k=5; geschlossen=0;
51 a=round(10*(rand(1,k)-0.5))+i*round(10*(rand(1,k)-0.5)); %Gibt interessante Bilder.
52 %Kontrollpunkte a sind hier ganzzahlig in  $[-5,5]^2$ . Jeder Aufruf gibt ein neues
53 %Bild. Will man geschlossene Kurven, so fuege man  $a(k+1)=a(1)$  und  $k=k+1$  hinzu.
54 % $a(k+1)=a(1)$ ;  $k=k+1$ ; geschlossen=1;
55 [A]=p0436_Casteljau(a,t);
56 for j=1:k
57     if j<k
58         text(real(a(j))+0.08,imag(a(j))+0.08,int2str(j));
59     end; %if
60     if j==k & ~geschlossen
61         text(real(a(j))+0.08,imag(a(j))+0.08,int2str(j));
62     end; %if
63     if j==1, hold on;
64     end; %if
65 end; %for j
66 plot(a(:),'--'); plot(a(:),'s'); plot(a(:),'*'); %dicke Punkte
67 %Kontrollpolygon ist jetzt fertig.
68 set(gcf,'DefaultLineLineWidth',2); %dickere Linie
69 plot(A(1,:), 'b'); hold off; %Die fertige Kurve ist blau und dick.
70 set(gcf,'DefaultLineLineWidth',0.5); %wieder normaldicke Linie
71 %-----
72 disp('Einige CAD-Bilder werden gezeichnet');

```



Kapitel 5

Hier klicken!

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 5.17, adaptive Simpson-Integration, Seite 135.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %[s_ad,wie_ofst]=p0517_Simpson_adaptiv(a,b,alte_schetzung,f);
7 %adaptives Simpson-Verfahren zur Integration von f auf [a,b].
8 %wie_ofst ist die Anzahl der Adaptionen, eingeschaenkt auf 50.
9 %f ist ein String, ein Name fuer eine Funktion, z. B. f='sin'.
10 function [s_ad,wie_ofst]=p0517_Simpson_adaptiv(a,b,alte_schetzung,f);
11     global z global_eps;
12     z=z+1;
13     set(0,'RecursionLimit',50);
14     if z > 50
15         error('Too many adaption steps in p0517_Simpson_adaptiv');
16     end; %Notausgang
17     c=(a+b)/2;
18     h=b-a;
19     ac_integral=p0517_Simpson_elementar(a,c,f);
20     cb_integral=p0517_Simpson_elementar(c,b,f);
21     neue_schetzung=ac_integral+cb_integral;
22     if abs(neue_schetzung-alte_schetzung)>h*global_eps
23         %Konvergenzbedingung nicht erfuehlt
24         s_ad=p0517_Simpson_adaptiv(a,c,ac_integral,f)+...
25         p0517_Simpson_adaptiv(c,b,cb_integral,f);

```

```

26     else
27         s_ad=neue_schätzung+(neue_schätzung-alte_schätzung)/15;
28     end; %if
29     if nargout==2
30         wie_offt=z;
31     end; %if

```

Hier klicken!

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 5.17. adaptive Simpson-Integration, S. 135
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0517_Simpson_integrand%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 function wert=p0517_Simpson_integrand(x);
7 %Bei adaptiver Simpson-Integration ist die zu integrierende
8 %Funktion f='p0517_Simpson_integrand';
9
10 %Beispiel 1:
11 %wert=1./x; return %Das exakte Integral ueber [1,e] ist Eins
12
13 %Beispiel 2:
14 %wert=sin(x); return %Das exakte Integral ueber [0,pi/2] ist Eins
15
16 %Beispiel 3: eine stetige, aber nicht differenzierbare Funktion:
17 alpha=0.1;
18 I=find(x>=alpha);
19 J=find(x<alpha);
20 x(I)=1./x(I);
21 x(J)=1/alpha;
22 wert=x; return
23 %Nach 32 Schritten erhaelt man Integral = 3.3025 8658 1536 93
24 %Exakter Wert ist 1 + log(10) = 3.3025 8509 2994 05
25 %mit einem Fehler von 1+log(10)-Integral = 1.4885e-06
26
27 %Beispiel 4:
28 %wert=cos(4*x);
29 %Das exakte Integral ueber [0,2pi] ist Null.
30 %Es kommt bei der Adaption aber 2*pi heraus.

```

Hier klicken!

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 5.17, adaptive Simpson-Integration, S. 135.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0517_Simpson_elementar%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %s=p0517_Simpson_elementar(a,b,f); Simpson Integration im Intervall [a,b] ueber f.
7 %f ist ein String, also ein Name fuer eine Funktion, z. B. f='sin'. In dieser
8 %Umgebung ist f='p0517_Simpson_integrand'.
9 function s=p0517_Simpson_elementar(a,b,f);
10     s=(feval(f,a)+4*feval(f,(a+b)/2)+feval(f,b))*(b-a)/6; %Simpson klassisch

```

Hier klicken!

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 5.17, adaptive Simpson-Integration, S. 135
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programm p0517_Simpson_adaptiv_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %Verwendet werden die Unterprogramme:

```

```

7 %1. [s,z]=p0517_Simpson_adaptiv(a,b,alte_schätzung,f);%wesentliches Programm
8 %2. s=p0517_Simpson_elementar(a,b,f); %elementare Simpsonformel
9 %3. wert=p0517_Simpson_integrand(x); %Die zu integrierende Funktion
10
11 global z global_eps;
12 z=0;
13 f='p0517_Simpson_integrand';
14 a=0; b=1; %Beispiel 3
15 %a=1; b=exp(1); %Beispiel 1
16 %a=0; b=pi/2; %Beispiel 2
17 %a=0; b=2*pi; %Beispiel 4
18 global_eps=(15*5e-5)/(b-a);
19 [Integral,Schritte]=p0517_Simpson_adaptiv(a,b,p0517_Simpson_elementar(a,b,f),f)

```



Kapitel 6

[Hier klicken!](#)

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 6.4, Gauss-Elimination, Seite 168.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0604_Gauss_elimination%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %[L,R]=p0604_Gauss_elimination(A); Die quadratische Matrix A der Ordnung n wird
7 %zerlegt: A=LR. L ist eine linke Dreiecksmatrix mit Einsen in der Diagonalen,
8 %R ist eine rechte Dreiecksmatrix. Die Zerlegung wird ohne Pivotsuche hergestellt,
9 %funktioniert also nur, wenn alle Hauptabschnitte von A nicht singulaer sind. Die
10 %Loesung von Ax=LRx=b erfolgt dann mittels Ly=b; Rx=y; y wird durch Vorwaerts-
11 %einsetzen, x durch Rueckwaertseinsetzen berechnet. In diesem Programm ist L auch
12 %in der linken Haelfte von A (ohne Diagonalelemente) und R auch in der rechten
13 %Haelfte (inkl. Diagonalelemente) von A gespeichert.
14 function [L,R]=p0604_Gauss_elimination(A);
15 [m,n]=size(A);
16 if m~=n, error('A in p0604_Gauss_elimination ist nicht quadratisch'); end;
17 L=eye(n); R=zeros(n,n);
18 for j=1:n-1
19     for k=j+1:n
20         if A(j,j)==0,
21             error(['Hauptabschnitt ',int2str(j),...
22                 ' von A in p0604_Gauss_elimination ist singulaer']);
23         end; %if
24         if abs(A(j,j))<1e-10,
25             warning(['Hauptabschnitt ',int2str(j),...
26                 ' von A in p0604_Gauss_elimination ist fast singulaer']);
27         end; % if
28         c=A(k,j)/A(j,j); A(k,j)=c;
29         for l=j+1:n
30             A(k,l)=A(k,l)-c*A(j,l);
31         end; %for l
32     end; %for k
33 end; %for j
34 for l=1:n
35     L(l,1:l-1)=A(l,1:l-1); R(l,l:n)=A(l,l:n);
36 end;

```

[Hier klicken!](#)

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,  
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.  
3 %Programm 6.4, Gauss-Elimination, Seite 168.  
4  
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programm p0604_Gauss_elimination_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
6 N=10;  
7 A1=rand(N,N);      %(NxN)-Matrix mit zufaelligen Elementen in [0,1].  
8 A2=hilb(N);        %Hilbertmatrix der Ordnung N;  
9 A3=vander([1:N]); %Vandermondematrix der Ordnung N (s. help vander in MATLAB)  
10 [L1,R1]=p0604_Gauss_elimination(A1); n1=norm(A1-L1*R1);  
11 [L2,R2]=p0604_Gauss_elimination(A2); n2=norm(A2-L2*R2);  
12 [L3,R3]=p0604_Gauss_elimination(A3); n3=norm(A3-L3*R3);  
13 format short e  
14 [n1,n2,n3] %1.4520e-15  3.0714e-17  1.1295e-07 bei N=10.  
15 format short
```



[Hier klicken!](#)

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,  
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.  
3 %Programm 6.14, Vorwaerts- und Rueckwaertseinsetzen beim Eliminationsverfahren,  
4 %Seite 179.  
5  
6 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0614_vorwaerts_rueckwaerts_einsetzen%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
7 % [x,y]=p0614_vorwaerts_rueckwaerts_einsetzen(L,R,b)  
8 %Das Gleichungssystem LRx=b wird ber (a) Ly=b, (b) Rx=y geloest.  
9 %L ist eine linke Dreiecksmatrix mit Einsen in der Diagonalen,  
10 %und R ist eine rechte Dreiecksmatrix.  
11 function [x,y]=p0614_vorwaerts_rueckwaerts_einsetzen(L,R,b);  
12 [n]=length(b);  
13 x=zeros(n,1); y=x; %Damit sind x,y Spaltenvektoren.  
14 for j=1:n  
15     s=b(j);  
16     for k=1:j-1  
17         s=s-L(j,k)*y(k);  
18     end;  
19     y(j)=s;  
20 end; %Vorwaertseinsetzen zu Ende.  
21  
22 for j=n:-1:1  
23     s=y(j);  
24     for k=j+1:n  
25         s=s-R(j,k)*x(k);  
26     end;  
27     x(j)=s/R(j,j);  
28 end; %Rueckwaertseinsetzen zu Ende.
```

[Hier klicken!](#)

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,  
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.  
3 %Programm 6.14, Vorwaerts- und Rueckwaertseinsetzen beim Eliminationsverfahren,  
4 %Seite 179.  
5  
6 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programm p0614_vorwaerts_rueckwaerts_einsetzen_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
7 N=5; A=rand(N,N);  
8 [L,R]=p0604_Gauss_elimination(A);
```

```

9 x=[1:N]';    b=A*x;
10 [x,y]=p0614_vorwaerts_rueckwaerts_einsetzen(L,R,b);
11 x, norm(L*y-b) %ist Null (bis auf Rundungsfehler)

```



Kapitel 8

[Hier klicken!](#)

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 8.55, Berechnung von Householder-Vektoren, S. 255.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0855_househ%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %[omega,c]=p0855_househ(x); Es wird ein Vektor omega und eine Zahl c ausgerechnet,
7 %so dass H:=I-c*omega*omega' eine Householder-Matrix ist, also die Eigenschaft
8 %Hx=fe_1, |f|=||x|| (auch im komplexen Fall) hat.
9 function [omega,c]=p0855_househ(x);
10     h=norm(x); %bei h=0 geht die Prozedur nicht! Siehe letzte und vorletzte Zeile.
11     omega=x;
12     if x(1)==0
13         omega(1)=h; else
14         omega(1)=x(1)+sign(x(1))*h;
15     end; %if
16     omega=omega/omega(1); %erste Komponente Eins
17     c=1+abs(x(1))/h; %=2/||omega||^2

```

[Hier klicken!](#)

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 8.56, Bestimmung einer QR-Zerlegung mit dem Householder-Verfahren, S. 255.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0856_householder%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %[Q,R]=p0856_householder(A); A ist eine reelle oder komplexe (mxn)-Matrix mit m>=n.
7 %Es wird die Zerlegung A=QR bestimmt. Q ist eine quadratische
8 %orthogonale (mxm)-Matrix (auch im komplexen Fall: QQ'=I), und R ist eine rechte
9 %(mxn)-Dreiecksmatrix. Es wird die Prozedur p0855_househ verwendet.
10 function [Q,R]=p0856_householder(A);
11     [m,n]=size(A);
12     Q=eye(m); R=zeros(size(A));
13     for j=1:min(m-1,n)
14         [u,c]=p0855_househ(A(j:m,j));
15         A(j:m,j:n)=A(j:m,j:n)-c*u*(u'*A(j:m,j:n));%<==wesentlicher Teil
16         R(j:m,j:n)= A(j:m,j:n);
17         Q=Q-[zeros(m,j-1),[c*(Q(1:j-1,j:m)*u)*u';c*(Q(j:m,j:m)*u)*u']];
18         A(j+1:m,j)=u(2:length(u)); %Householder-Vektoren
19     end; %for j

```

[Hier klicken!](#)

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 8.56, Bestimmung einer QR-Zerlegung mit dem Householder-Verfahren, S. 255.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programm p0856_householder_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %Beispiele aus dem Buch (Beispiele 8.52, 8.54)
7 A1=[0,1,2,3]';
8 A2=[1,2,3,4+i].'; % (im Komplexen ist MATLAB A' wie A*, aber A.' ist Transposition).

```

```

9 A3=[1,0,0,0;1,1,0,0;1,1,1,0;1,1,1,1];
10 [Q1,R1]=p0856_householder(A1);
11 [Q2,R2]=p0856_householder(A2);
12 [Q3,R3]=p0856_householder(A3);
13
14 b=[1,2,3,4]'; b=[b,2*b]; %zwei rechte Seiten
15 A4=[A3,b];
16 [mb,nb]=size(b);
17 [m,n]=size(A4);
18 [Q4,R4]=p0856_householder(A4);
19 x=R4(1:n-nb,1:n-nb)\R4(1:n-nb,n-nb+1:n); %Rueckwaertseinsetzen
20 x %Loesung
21 %In MATLAB wird Ax=b durch x=A\b geloest.

```



Hier klicken!

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 8.57, Bidiagonalisierung mit dem Householder-Verfahren, S. 256.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0857_bidiag%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 [B,U,V]=p0857_bidiag(A);
7 %Programm benoetigt p0855_househ.
8 %Ist B die resultierende obere Bidiagonalmatrix, so ist A=U*B*V'
9 %mit den hier ausgerechneten U,V.
10 %A wird ueberschrieben mit Householdervektoren.
11 function [B,U,V]=p0857_bidiag(A);
12 [m,n]=size(A); if m<n, A=A.'; disp('Matrix gestuerzt'); [m,n]=size(A); end;
13 %Also ist m >= n
14 U=eye(m); V=eye(n-1); B=zeros(size(A));
15 for j=1:n %Beginn des wesentlichen Teils
16 [u,c]=p0855_househ(A(j:m,j)); %Anwendung auf die Spalten
17 A(j:m,j:n)=A(j:m,j:n)-c*u*(u'*A(j:m,j:n));
18 A(j+1:m,j)=u(2:m-j+1); %Speicherung von u in Spalte j
19 U=U-[zeros(m,j-1),c*(U(1:j-1,j:m)*u)*u',c*(U(j:m,j:m)*u)*u'];
20 if j<=n-2
21 [v,c]=p0855_househ(A(j,j+1:n)'); %Anwendung auf die Zeilen
22 A(j:m,j+1:n)=A(j:m,j+1:n)-c*(A(j:m,j+1:n)*v)*v';
23 A(j,j+2:n)=v(2:n-j)'; %Speicherung von v in Zeile j
24 V=V-[zeros(n-1,j-1),...
25 [c*(V(1:j-1,j:n-1)*v)*v',c*(V(j:n-1,j:n-1)*v)*v']];
26 end; %if
27 end; %for %Ende des wesentlichen Teils
28 V=[1,zeros(1,n-1);zeros(n-1,1),V];
29 B(1,1)=A(1,1);
30 for j=2:n
31 B(j-1:j,j)=A(j-1:j,j);
32 end;

```

Hier klicken!

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 8.57, Bidiagonalisierung mit dem Householder-Verfahren, S. 256.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programm p0857_bidiag_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 A1=[0 4 8;7 8 0;4 5 7;9 2 4;5 7 8]; %Beispiel 5.58 aus dem Buch, S. 257.

```

```

7 [B1,U1,V1]=p0857_bidiag(A1);
8 n1=norm(A1-U1*B1*V1') %ist Null bis auf Rundungsfehler
9 %-----
10 A2=[0 4 8;7 8 0;4 5 7;9 2 4;5 7 8+2i]; %komplexes Beispiel
11 [B2,U2,V2]=p0857_bidiag(A2);
12 n2=norm(A2-U2*B2*V2') %ist Null bis auf Rundungsfehler
13 %-----
14 A3=rand(30,20)+i*rand(30,20);
15 [B3,U3,V3]=p0857_bidiag(A3);
16 n3=norm(A3-U3*B3*V3') %ist Null bis auf Rundungsfehler
17 %Matrix enthaelt viele Nullen-----
18 m=20; n=10; A4=round((rand(m,n)-0.47));
19 Anzahl_der_Nullen=m*n-sum(sum(A4)), von=m*n
20 [B4,U4,V4]=p0857_bidiag(A4);
21 %Hier erkennt man, dass der Bidiagonalisierungsprozess so nicht funktioniert,
22 %da A4 nicht den Maximalrang hat.

```



Hier klicken!

```

1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 8.104, Zeichnen einer Skalierungsfunktion, S. 299.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p08104_skl_fkt%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %Y = p08104_skl_fkt(T,H,level); Berechnung von Skalierungsfunktionen mittels
7 %einer Fixpunktgleichung. Dabei ist H die Maske der Skalierungsgleichung und T
8 %ist ein aequidistantes Gitter auf dem die Funktion ausgerechnet werden soll.
9 function Y = p08104_skl_fkt(T,H,level);
10 if (level == 0)
11     Y=Iterationsbeginn2(T);
12 else
13     n=length(H);
14     su=0;
15     for j=0:n-1
16         su=su+H(j+1)*p08104_skl_fkt(2*T-j,H,level-1);
17     end;
18     Y=sqrt(2)*su;
19 end
20
21 function Y2=Iterationsbeginn2(T);
22 %Anfangswert mit Spline der Ordnung Zwei.
23 if abs(T-1)>=1
24     Y2=0;
25 else
26     if T<=1
27         Y2=T;
28     else
29         Y2=2-T;
30     end;
31 end;
32
33 function Y1=Iterationsbeginn1(T);
34 %Anfangswert mit Spline der Ordnung Eins.
35 if T>=0 & T<1
36     Y1=1;
37 else
38     Y1=0;
39 end;

```

Hier klicken!

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 8.104, Zeichnen einer Skalierungsfunktion, S. 299.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Program p08104_skl_fkt_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %Insgesamt zehn Beispiele. Die Masken sind h{1} bis h{10}.
7 close all
8 %=====
9 %1. Daubechies-Wavelet mit 2 Parametern
10 h{1}=[1,1]'/sqrt(2);
11 text1{1}='Daubechies-Skalierungsfunktion mit 2 Parametern';
12 text2{1}='Daubechies-Wavelet mit 2 Parametern';
13 %2. Daubechie-Wavelet mit 4 Parametern=====
14 % (Chui, S. 129; Daubechies, S. 195,
15 h{2}=[(1+sqrt(3)),(3+sqrt(3)),(3-sqrt(3)),(1-sqrt(3))]/(4*sqrt(2));
16 text1{2}='Daubechies-Skalierungsfunktion mit 4 Parametern';
17 text2{2}='Daubechies-Wavelet mit 4 Parametern';
18 %3. Daubechie-Wavelet mit 6 Parametern =====
19 h{3}=[0.3326705529500825
20      0.8068915093110924
21      0.4598775021184914
22      -0.1350110200102546
23      -0.0854412738820267
24      0.0352262918857095]; %Blatter, S. 135, Daubechies, S. 195,
25                          %auch Geiger-Mskr. S. 142
26 text1{3}='Daubechies-Skalierungsfunktion mit 6 Parametern';
27 text2{3}='Daubechies-Wavelet mit 6 Parametern';
28 %4. Daubechie-Wavelet mit 8 Parametern =====
29 h{4}=[0.2303778133088964
30      0.7148465705529154
31      0.6308807679398587
32      -0.0279837694168599
33      -0.1870348117190931
34      0.0308413818355607
35      0.0328830116668852
36      -0.0105974017850690]; %Geiger-Mskr. S. 142, Daubechies, S. 195
37 text1{4}='Daubechies-Skalierungsfunktion mit 8 Parametern';
38 text2{4}='Daubechies-Wavelet mit 8 Parametern';
39 %4. B-Splines der Ordnung zwei bis sieben. =====
40 h{5}=[1,2,1]'/((2^1.5)); %B-Spline der Ordnung 2 (linear)
41 text1{5}='B-Spline der Ordnung 2 (linear)';
42 %=====
43 h{6}=[1,3,3,1]'/((2^2.5)); %B-Spline Ordnung 3 (quadratisch)
44 text1{6}='B-Spline der Ordnung 3 (quadratisch)';
45 %=====
46 h{7}=[1,4,6,4,1]'/((2^3.5)); %B-Spline der Ordnung 4 (kubisch)
47 text1{7}='B-Spline der Ordnung 4 (kubisch)';
48 %=====
49 h{8}=[1,5,10,10,5,1]'/((2^4.5)); %B-Spline der Ordnung 5 (quartisch)
50 text1{8}='B-Spline der Ordnung 5 (quartisch)';
51 %=====
52 h{9}=[1,6,15,20,15,6,1]'/((2^5.5)); %B-Spline der Ordnung 6 (quintisch)
53 text1{9}='B-Spline der Ordnung 6 (quintisch)';
54 %=====
55 h{10}=[1,7,21,35,35,21,7,1]'/((2^6.5)); %B-Spline der Ordnung 7 (sichtisch)
56 text1{10}='B-Spline der Ordnung 7 (sichtisch)';
57 %=====
58 Beispiele=[2:4,7]; %Beispiele 2 bis 4 und 7 werden bearbeitet.
59 %Die Skalierungsfunktion aus Beispiel 1 ist unstetig,
```

```

60                                     %daher schlechte Konvergenz.
61 Beispiele=[2];                       %nur Beispiel 2
62 Beispiele=[1:10]                     %alle Beispiele
63 nr=0;
64 for k=Beispiele
65 %=====
66 %Zuerst kommen die Skalierungsfunktionen:
67 nr=nr+1;
68 n=length(h{k});
69 t=linspace(0,length(h{k})-1,101);
70 set(0,'RecursionLimit',20);
71 Stufen=4; %Anzahl der Iterationen, sollte immer kleiner gleich 6 gewaehlt werden.
72 %Bei zu grosser Stufenzahl besteht die Gefahr, dass der gesamte Speicher ueberschrieben
73 %wird inkl. wesentlicher Teile des Betriebssystems.
74 lent=length(t);
75 for j=1:lent
76     y(j)=p08104_skl_fkt(t(j),h{k},Stufen);
77 end;
78 skl{k}=y; %Werte der Skalierungsfunktion k
79 figure(nr)
80 set(gcf,'DefaultLineLineWidth',1.5); %dickere Linien
81 plot(t,y); hold on
82 set(gcf,'DefaultLineLineWidth',0.5); %wieder normaldicke Linien
83 plot([t(1),t(lent)], [0,0]); %x-Achse
84 xlabel([text1{k}]);
85 hold off;
86
87 %=====
88 %Jetzt kommen die Wavelets:
89 if k<5 %fuer k>=5 (B-Splines) gibt es keine Wavelets,
90     nr=nr+1;
91     wlt=zeros(size(t));
92     w=cell(n,1);
93     for l=1:n
94         g{k}(l)=(-1)^(l-1)*h{k}(n+1-l);
95         for j=1:lent
96             w{l}(j)=p08104_skl_fkt(2*t(j)-(l-1),h{k},Stufen);
97         end; % for j
98         wlt=wlt+g{k}(l)*w{l};
99     end; %for l
100    wlt=sqrt(2)*wlt;
101    figure(nr);
102    set(gcf,'DefaultLineLineWidth',1.5); %dickere Linien
103    plot(t,wlt); hold on;
104    set(gcf,'DefaultLineLineWidth',0.5); %normal dicke Linien
105    plot([t(1),t(lent)], [0,0]); %x-Achse
106    xlabel([text2{k}]);
107    hold off
108 end; %if k
109 end; %for k
110 disp('Skalierungsfunktionen und Wavelets wurden gezeichnet');
111 disp('Zur Fortsetzung ENTER druecken!'); pause

```



Kapitel 9

[Hier klicken!](#)

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 9.28, Singulaerwertberechnung, S. 321.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Prozedur p0928_sv%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %[sigma,Fehler,Anzahl]==p0928_sv(a,b); A ist eine Bidiagonalmatrix
7 %mit den n Diagonalelementen a und den n-1 Superdiagoalelementn b.
8 %Davon ausgehend werden die Singulaerwerte sigma von A berechnet.
9 %Funktioniert nur, wenn A vollen Rang hat.
10 funktion [sigma,Fehler,Anzahl]=p0928_sv(a,b);
11 p=real(a).^2+imag(a).^2; q=real(b).^2+imag(b).^2;
12 n=length(a); delta=0; zeler=0;
13 while norm(q,inf)>1e-14 & zeler<5000 %(Notbremse)
14     zeler=zeler+1;
15     %=====Beginn wesentlicher Teil=====
16     d=p(1)-delta;
17     for j=1:n-1
18         p(j)=d+q(j); h=p(j+1)/p(j);
19         q(j)=q(j)*h; d=d*h-delta;
20     end; %for j
21     p(n)=d;
22     %=====Ende wesentlicher Teil=====
23 end; %while
24 sigma=sqrt(p); Fehler=norm(q,inf); Anzahl=zeler;
```

[Hier klicken!](#)

```
1 %Gerhard Opfer: Numerische Mathematik fuer Anfaenger, 5. Auflage,
2 %Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2008. ABSOLUTELY NO WARRANTY.
3 %Programm 9.28, Singulaerwertberechnung, S. 321.
4
5 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Programm p0928_sv_Test%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6 %Wir behandeln die Beispiele 9.33 und 9.34 aus dem Buch (S. 329).
7 A1=[0 4 8;7 8 0;4 5 7;9 2 4;5 7 8]; %Beispiel 5.58 aus dem Buch, S. 257.
8 [B1,U1,V1]=p0857_bidiag(A1);
9 a1=diag(B1); b1=[B1(1,2),B1(2,3)]';
10 [sigma1,Fehler1,Anzahl1]=p0928_sv(a1,b1);
11 %-----
12 A2=[5i,7+7i,4+4i;9+3i,4+i,4+i;8+6i,5+3i,2+5i;6+i,8+6i,3i;6+8i,3+8i,8+5i];
13 [B2,U2,V2]=p0857_bidiag(A2);
14 a2=diag(B2); b2=[B2(1,2),B2(2,3)]';
15 [sigma2,Fehler2,Anzahl2]=p0928_sv(a2,b2)
16 %sigma2=[27.07193566077686, 8.41597378316029, 6.80306437276005]';
17 %Beispiel S. 320 unten-----
18 klein=1e-10; A4=[1,1;0,klein]; n=2;
19 [B4,U4,V4]=p0857_bidiag(A4);
20 a4=diag(B4); b4=[];
21 for j=1:n-1
22     b4=[b4;B4(j,j+1)];
23 end;
24 [sigma4,Fehler4,Anzahl4]=p0928_sv(a4,b4);
25 %neues Beispiel-----
26 m=30; n=20; A3=rand(m,n);
27 [B3,U3,V3]=p0857_bidiag(A3);
28 a3=diag(B3); b3=[];
```

```
29 for j=1:n-1
30     b3=[b3;B3(j,j+1)];
31 end;
32 [sigma3,Fehler3,Anzahl3]=p0928_sv(a3,b3);
33 %-----
```

