Übungen Approximation

Gerhard Opfer SS 1999

Bogen 12: Ausgabetermin am 29. Juni 1999

Abgabetermin: am 6. Juli 1999, vor den Übungen

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P34. Versuchen Sie, die *kanonische Basis* in Π_3, also $\{1, t, t^2, t^3\}$ als Linearkombination der Bernstein Polynome $\{b_0^3(t), b_1^3(t), b_2^3(t), b_3^3(t)\}$ darzustellen. Hinweis: Umgekehrt ist es einfacher! Versuchen Sie zu beweisen, daß die $b_i^n(t)$, $i = 0, 1, \ldots, n$ eine Basis des Π_n sind.

Aufgabe P35. Versuchen Sie dieselbe Aufgabe für die Lagrangeschen Koeffizienten

$$\ell_j(t) = \prod_{\substack{k=0\\k\neq j}}^{n} \frac{t - t_k}{t_j - t_k}, \quad j = 0, 1, \ldots, n.$$

Aufgabe P36. Zeigen Sie, daß die Bézier-Kurve $\mathbf{b}^n(t)$ definiert durch die Kontrollpunkte $\mathbf{b}_j \in \mathbb{R}^2$, $j = 0, 1, \ldots, n$, $t \in [0, 1]$ durch den ersten und letzten Kontrollpunkt geht, aber i.a. nicht durch die anderen.

Hausaufgaben:

Aufgabe 23. Sei $\mathbf{b}^n$ eine durch die Kontrollpunkte $\mathbf{b}_j$, $j = 0, 1, \ldots, n \in \mathbb{R}^2$ definierte Bézier-Kurve. Zeigen Sie, daß das Kontrollpolygon und die Bézier-Kurve in den Anfangs- und Endpunkten dieselbe Steigung haben.

Aufgabe 24. (a) Konstruieren Sie von Hand mit dem Algorithmus von de Casteljau Kurvenpunkte zu den Parametern $t = 1/5, 1/3, 1/2, 3/4, 9/10$ für die Bézier-Kurve $\mathbf{b}^3$ durch die Kontrollpunkte $\mathbf{b}_j = \exp(\mathrm{i}\varphi_j)$, $j = 0, 1, 2, 3$ mit $\varphi_0 = 0, \varphi_1 = \pi/4, \varphi_2 = \pi/2, \varphi_3 = \pi$. Die komplexen Punkte $\mathbf{b}_j$ sind als Punkte im $\mathbb{R}^2$ aufzufassen. (b) Zeichnen Sie die gesamte Kurve mit einem (MATLAB-) Programm, das den Casteljau-Algorithmus (bei allgemeinen Daten) realisiert.

Die Aufgaben und mit einiger Verzögerung auch die Lösungen können von den web-Seiten kopiert werden:

`http://www.math.uni-hamburg.de/home/opfer/aufgaben99A.html`