Übungen Approximation

Gerhard Opfer SS 1999

Bogen 11: Ausgabetermin am 22. Juni 1999

Abgabetermin: am 29. Juni 1999, vor den Übungen

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P31. Was sind die wesentlichen Schritte der FFT? Behandeln Sie den Fall $n = 4$.

Aufgabe P32. Wie kommen Sie von einem Tschebyscheffschen Approximationsproblem zu einem äquivalenten Optimierungsproblem. Wie kommen Sie zu einem praktikablen, aber nicht äquivalenten Optimierungsproblem. Wie ist dieses Problem dimensioniert. Was ist über die Stabilität zu vermuten?

Aufgabe P33. Welche Bedingungen müssen Sie bei einem Austauschschritt nach Remez erfüllen, damit das Remez-Verfahren konvergiert.

Hausaufgaben:

Aufgabe 21. Sei $Q = [-1, 1]^2$ ein Quadrat in der komplexen Ebene $\mathbb{C}$. Bestimmen Sie die beste komplexe Tschebyscheff-Approximation von $f(z) = z^5$ durch Polynome in $V := \Pi_4$, wobei alle auftretenden Funktionen als komplexe Funktionen auf Q aufzufassen sind. Hinweise: (1) Reduzieren Sie das Problem durch Symmetriebetrachtungen auf ein eindimensionales Problem, indem Sie annehmen, daß die Lösung dieselben Symmetrien wie f hat. (2) Verwenden Sie, daß jedes Maximum von $|f - v|$, $v \in V$ auf dem Rand von Q angenommen wird. (3) Reduzieren Sie das Problem damit auf das *Segment* $S := [\mathrm{i}, 1 + \mathrm{i}]$. (4) Finden Sie eine Lösung $\hat{v}$ mit hinreichend vielen Extremalstellen. (5) Konstruieren Sie zum Beweis, daß $\hat{v}$ eine b. A. ist nach den bekannten Methoden ein einfaches lineares Funktional auf $\mathrm{C}(S)$, bei dem die daraus resultierende untere Schranke mit der oberen Schranke für die Minimalabweichung übereinstimmt.

Aufgabe 22. Werten Sie das Fourierpolynom t_8 für die in Aufgabe 19 (b) angegebenen Koeffizienten a_j, b_j an den acht äquidistanten Stellen $x_k = 2\pi k/8$, $k = 0, 1, \ldots, 7$ aus (a) mit der konventionellen Formel (L10.2) und (b) mit der Formel (L10.3). Zählen Sie in jedem Fall die Zahl der Multiplikationen und die der Additionen/Subtraktionen. Bevor Sie starten, bringen Sie das Polynom in die Form $t_8(x_k) = \sum_{j=0}^{7} c_j w_8^{jk}$. Die Formeln dafür sind:

$$\gamma_j = a_j - \mathrm{i}b_j,\ j = 1, 2, \ldots, n-1;\ c_0 = \frac{a_0}{2} + a_n,\ c_j = \frac{\gamma_j + \overline{\gamma_{n-j}}}{2},\ j = 1, 2, \ldots, n-1. \tag{11.1}$$

Hinweis: Die Ergebnisse sollten in Tabellenform zusammengefaßt werden. Am Schluß müssen die Ergebnisse reell sein.

Die Aufgaben und mit einiger Verzögerung auch die Lösungen können von den web-Seiten kopiert werden:

`http://www.math.uni-hamburg.de/home/opfer/aufgaben99A.html`