Übungen Approximation

Gerhard Opfer SS 1999

Bogen 6: Ausgabetermin am 11. Mai 1999

Abgabetermin: am 18. Mai 1999, vor den Übungen

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P16. Bilden Sie nochmal Gruppen von zwei oder drei Personen und formulieren Sie in dieser Gruppe innerhalb von etwa 15 Minuten schriftlich *eine* Frage in Zusammenhang mit den bisherigen Übungen, ggf. auch in Zusammenhang mit der Vorlesung, und geben Sie diese Frage ab.

Aufgabe P17. Bilden Sie wieder Gruppen von zwei oder drei Personen und diskutieren Sie (etwa 15 Minuten lang) die Lösung der folgenden Aufgabe: Gegeben Splineknoten t_j und Interpolationsknoten τ_k. Unter welchen Bedingungen an die Interpolationsknoten kann der lineare, interpolierende Spline eindeutig bestimmt werden. Tragen Sie einige lösbare und unlösbare Fälle vor. Was sagt die allgemeine Theorie? Bestimmen Sie eine Person aus Ihrer Gruppe, die die Lösung vorträgt.

Aufgabe P18. (a) Warum kann man nicht so ohne weiteres die B-Splines einfach über die Rekursionsformel (Mskr. Formel (3.8), S. 26) definieren? (b) Nennen Sie einige wichtige Eigenschaften der B-Splines $B_{j,k}$.

Hausaufgaben: Zur Erinnerung: B-Splines werden in einem ersten Anlauf über dividierte Differenzen von abgeschnittenen Monomen gebildet, Mskr. Formel (3.7), S. 26.

Aufgabe 11. Mit $f[x_j, x_{j+1}, \ldots, x_{j+k}]$ bezeichnen wir die k-te dividierte Differenz von f in bezug auf die $k+1$ (nicht notwendig verschiedenen) Knoten $x_j, x_{j+1}, \ldots, x_{j+k}$. Sei $f = gh$. (a) Zeigen Sie die Gültigkeit der Produktformel

$$f[x_j, x_{j+1}, \ldots, x_{j+k}] = \sum_{s=j}^{j+k} g[x_j, x_{j+1}, \ldots, x_s] h[x_s, x_{s+1}, \ldots, x_{j+k}].$$

(b) Wie lautet diese Formel für den Fall $x_j = x_{j+1} = \cdots = x_{j+k}$. Nehmen Sie ggf. an, daß alle auftretenden Funktionen hinreichend glatt sind. Hinweis: Erinnern Sie sich daran, daß die obige dividierte Differenz als Höchstkoeffizient des eindeutig bestimmten Interpolationspolynoms durch die Punkte $(x_s, f(x_s))$, $s = j, j+1, \ldots, j+k$ definiert wird.

Aufgabe 12. Realisieren Sie die Rekursionsformel Mskr. Formel (3.8), S. 26 zur Bestimmung aller B-Splines durch ein (MATLAB-)Programm und zeichnen Sie mit diesem Programm alle fünf quadratischen B-Splines in bezug auf alle vier aufeinanderfolgenden Knoten in $0, 1, 1, 3, 5, 7, 7, 7$. Hinweis: Orientieren Sie sich in der Literatur, z. B. in de Boor: A practical guide to splines, Springer, New York, 1978, 392 S.

Die Aufgaben und mit einiger Verzögerung auch die Lösungen können von den web-Seiten kopiert werden:

`http://www.math.uni-hamburg.de/home/opfer/aufgaben99A.html`