Übungen Approximation

Gerhard Opfer SS 1999

Bogen 1: Ausgabetermin am 6. April 1999

Abgabetermin: am 13. April 1999, vor den Übungen

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P1. Entwickeln Sie einige Ideen zur Approximation von $f = \sin$, $f = \sqrt{}$. Wie steht es mit den entsprechenden Definitionsbereichen?

Aufgabe P2. Was sind Tschebyscheff-Polynome, und welche Eigenschaften kennen Sie?

Aufgabe P3. Definiert

$$\chi(x,y) := \frac{|x-y|}{\sqrt{(1+|x|^2)(1+|y|^2)}} \tag{1.1}$$

eine Metrik in $\mathbb{R}$? Oder sogar eine Norm? Kann $\chi(x,y)$ beliebige, positive Werte annehmen?

Hausaufgaben:

Aufgabe 1. Sei $|(x,y)|_p := (|x|^p + |y|^p)^{1/p}$ für $p > 0$ und $|(x,y)|_\infty := \max(|x|,|y|)$, $x, y \in \mathbb{R}$. Zeichnen Sie, am besten mit einem MATLAB-Programm die *Kreise*

$$K_p := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, |(x,y)|_p = 1\}, \quad p = 0.3, 0.5, 1, 2, \infty. \tag{1.2}$$

Für welche p sind K_p Normkreise und für welche p nicht. Geben Sie eine Begründung.

Aufgabe 2. Sei für ein festes $\rho \in [0, \frac{1}{2}]$

$$E := \{w \in \mathbb{C} \,:\, w := (1-\rho)z + \frac{\rho}{z}, \quad z := \exp(\mathrm{i}\varphi), \quad \varphi \in [0, 2\pi]\}. \tag{1.3}$$

Zeigen Sie: E ist eine achsenparallele Ellipse mit den Hauptachsen $a = 1$, $b = 1 - 2\rho$. Definieren Sie für $\rho = 0.25$ zwei gedrehte und verschobene Ellipsen durch

$$E_1 := \exp(\pi\mathrm{i}/6)E - 1; \quad E_2 := \exp(5\pi\mathrm{i}/6)E + 1.$$

Zeichnen Sie diese Ellipsen mit einem MATLAB-Programm in dieselbe Zeichenebene und bestimmen Sie (exakt oder angenähert) den geringsten Abstand dieser beiden Ellipsen. Vgl. Sie die Abbildung 1.4.

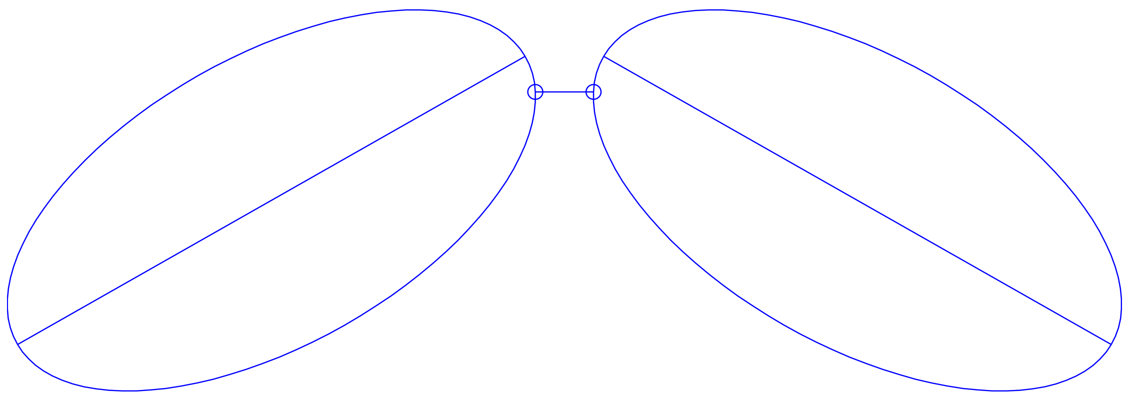

Abbildung 1.4. Abstand von zwei Ellipsen