Numerische Lineare Algebra
mit einer Einführung in MATLAB

Gerhard Opfer WS 1998/1999

Bogen 1: Übungen am 29. Oktober 1998

Lösungshinweise

Aufgaben und Lösungen auch in `http://www.math.uni-hamburg.de/home/opfer/aufgabenB.html`

Präsenzaufgaben: Zuerst ohne, dann mit Computer.

Aufgabe P1. Durch Ausprobieren

Aufgabe P2.
- Seien vier 2×2-Matrizen $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3, \mathbf{A}_4$ gegeben.
  - `A=[A1,A2;A3,A4];` oder `A=[A1 A2;A4 A4];`
  - `B=A';`
- Sei eine 6×8-Matrix $\mathbf{A}$ gegeben.
  - `B22=A([3 4],[4 5]);` oder `B22=A(3:4,4:5);` `B33=A([2 4],[3 5]);` (nicht eindeutig)
  - `B=A(3:6,5:8);`

Aufgabe P3.
- Seien $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ beliebige Zeilen- oder Spaltenvektoren gleicher Länge $n > 1$.
  - $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ beide Spaltenvektoren: Produkt nicht definiert.
  - $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ beide Zeilenvektoren: Produkt nicht definiert.
  - $\mathbf{u}$ Zeilenvektor, $\mathbf{v}$ Spaltenvektor, Produkt eine Zahl (Skalarprodukt).
  - $\mathbf{u}$ Spaltenvektor, $\mathbf{v}$ Zeilenvektor, Produkt eine $n \times n$-Matrix (Dyade).
- Man bilde das Matrixprodukt $\mathbf{A} * \mathbf{B}$ mit Hilfe der Zeilen- und Spaltenveltoren $\mathbf{A}(j,:), \mathbf{B}(:,k)$ unter Verwendung von zwei `for`-Schleifen. Lösung:

```
for j=1:n
  for k=1:n
    C(j,k)=A(j,:)*B(:,k);
  end; %for k
end; %for j
```

Hausaufgaben:

Aufgabe 1. Die Hilbertmatrix H kann ohne `for`-Schleifen folgendermaßen definiert werden:

```
J=1:n; %J=(1,2,...,n)
J=J(ones(n,1),:); %(n×n)-Matrix, j-te Spalte überall j
I=J'; %(n×n)-Matrix, j-te Zeile überall j
E=ones(n,n);
H=E./(I+J-1);
```

Aufgabe 2. Es ist leicht zu sehen, daß $\mathbf{v} = (1,2)'$ die ersten, angegebenen Gleichungen erfüllt. Um die zweiten Gleichungen zu erfüllen, machen wir den Ansatz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad a + c = 19,\ |b| + |d| \leq 19,\ a + b = 13,\ |c| + |d| \leq 13$$

und probieren in diesem Rahmen ob wir die mittlere Bedingung erfüllen können. Das gelingt nicht. Das größte $||\mathbf{A}||_2$ erreichen wir mit $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 13 & 0 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$. Bilden wir daraus $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 13 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 0 \\ 0 & a & 13-a \end{pmatrix}$, so erhalten wir ein brauchbares Ergebnis für $a = 5.8670$.

Hinweis: In der auch in diesem Semester stattfindenden Vorlesung *Weiterbildendes Studium Ingenieurmathematik* mit dem Untertitel *Optimierung mit MATLAB* gibt es viele weitere Hinweise und Beispielprogramme, zu finden unter `http://www.math.uni-hamburg.de/cm/wbing/aufgaben.html`