Numerische Lineare Algebra
mit einer Einführung in MATLAB

Gerhard Opfer WS 1998/1999

Bogen 3: Ausgabetermin am 5. November 1998

Abgabetermin: am 12. November 1998

Inhalt von Woche 3: Matrixoperationen `eig, svd`, matlab-Programme in Dateien schreiben, zwei Typen: (a) bel. Sammlung von matlab-Befehlen, (b) Beginn der Datei mit
`function [output]=Name(input)` %Funktionsprozedur
`% Kommentarzeilen`
Dateien müssen die Namen `Name.m` haben, `Name` steht dabei für einem Bezeichner von Dateien (ohne Erweiterung). Aufruf erfolgt durch Eintippen von `Name` im matlab-Dialogfenster. Beziehungen der Kommentarzeilen zu `lookfor` und `help`, `output` und `input` stehen für eine Liste von durch Kommata abgetrennter Variablen, im `input`-Teil können auch Konstanten stehen, `input` Parameter immer als Wertparameter, (d. h. es wird auf Kopien gearbeitet), `hold on` um mehrere Bilder in ein Fenster zu zeichnen, entsprechen `hold off`, `subplot(m,n,j)` um mehrere Bilder auf ein Blatt zu zeichnen, `figure, figure(n)` um ein neues Fenster zum Zeichnen zu erzeugen, im zweiten Fall mit Nummer `n`, Polynomprozeduren: `polyval, polyfit, roots`, zweidimensionale Interpolation `interp2` mit verschiedenen Methoden, z. B. mit `'bicubic'`, Bilder von $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit `meshgrid, surf, contour`, Auswerteprozeduren `eval, feval`.

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P7. Üben Sie das Schreiben und Benutzen von matlab-Programmen in Dateien. Schreiben Sie (a) z. B. `A=[ ... ]; p=eig(A); B=[ ... ];` (nicht quadratisch), `[U,S,V]=svd(B);` und lassen Sie sich die Ergebnisse anzeigen. Probieren Sie `disp(Text)` zum Schreiben von Kommentaren auf den Bildschirm. Schreiben Sie, aber richtig, `disp(in Beispiel j haben wir x = x erhalten)`, mit `j` ganzzahlig und `x` reell, alles in dieselbe Datei. (b) Schreiben Sie eine Funktionsprozedur `trig`, die Sinus und Kosinus simultan berechnet, und zeichnen Sie sie in einem anderen Programm in ein Fenster. Verwenden Sie dazu verschiedene Aufrufformen von `plot`. Versuchen Sie auch mal `stem` statt `plot`.

Aufgabe P8. Schreiben Sie eine einzige Funktionsprozedur für die drei Funktionen $f(x) = \exp(-x^2)$, $f(x,y) = \exp(-x^2-y^2)$, $f(x,y,z) = \exp(-x^2-y^2-z^2)$, bei der auch erlaubt ist, daß x, y, z, Vektoren sind. Schreiben Sie mindesten 2 Kommentarzeilen und prüfen Sie die Wirkung von `help, lookfor`. Zeichnen Sie mit Hilfe einer anderen Datei $f(x,y)$ für $-3 \le x, y \le 3$, und zeichnen Sie auch Höhenlinien. Bringen Sie ggf. die Höhenlinien in optisch richtige Form. Machen Sie dasselbe für $f(x,y) = \exp(-x^2-0.5y^2)$.

Aufgabe P9. Definieren Sie einen Koeffizientenvektor p und zeichnen Sie das dazugehörige Polynom P und die Ableitung davon in dasselbe Fenster. Zeichnen Sie (mindestens) den Bereich $[-1,1]$. Hat das Polynom mehrere reelle Nullstellen, so zeichnen Sie P zwischen der kleinsten und größten Nullstellen. Zeichnen Sie ein Polynom, das durch seine Nullstellen gegeben ist, z. B. $\pm$i oder $0, 1, \dots, 6$. Suchen Sie den geeigneten Befehl. Alle Befehle in eine einzige Datei!

Hausaufgaben:

Aufgabe 5. Sei $\mathbf{A}$ eine SPD-Matrix (SPD=symmetrisch, positiv definit) und $\sigma(\mathbf{A})$ ihr Spektrum und p ein beliebiges Polynom. Man beweise

$$||p(\mathbf{A})||_{\mathbf{A}} = \max_{\lambda\in\sigma(\mathbf{A})} |p(\lambda)|.$$

Dabei ist $||\quad||_{\mathbf{A}}$ die zur Vektornorm $||\mathbf{x}||_{\mathbf{A}} := \sqrt{\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{x}}$ gehörende Operatornorm. Zunächst zeige man, daß $||\mathbf{x}||_{\mathbf{A}}$ eine Vektornorm ist. Gilt auch $||p(\mathbf{A})||_{\mathbf{A}} = ||p(\mathbf{A})||_2$?

Aufgabe 6. Seien Funktionen $f1, f2, \dots, f10 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben. Eine ganze Zahle $j \in \{1, 2, \dots, 10\}$ werde zufällig erzeugt. Man schreibe unter Benutzung der Befehle `eval, feval` ein matlab-Program zur Berechnung von fj (ohne Umbenennung der Funktionen) und speichere das Bild von $fj : [-j, j] \to \mathbb{R}$ ab in einer Postspriptdatei `bildj.ps`. Zum Testen nehme man $fj(x) = \sin(\pi x/j)$ an. Man probiere, ob eine Postscriptdatei vom *level 2* in verschiedenen Farben erzeugt und betrachtet werden kann. Man benutze auch den Befehl `legend`. Das kommentierte Programm ist abzugeben.