Numerische Lineare Algebra
mit einer Einführung in MATLAB

Gerhard Opfer WS 1998/1999

Bogen 2: Ausgabetermin am 29. Oktober 1998

Abgabetermin: am 5. November 1998

Inhalt von Woche 2: `help` und `lookfor`-Funktion, Zeitmessung: `tic, toc`; `diary`, `diary on`, `diary off`, `diary dateiname`, Matrixoperationen, Kroneckersches Tensorprodukt, linke und rechte Matrixdivision \, /, Lösung quadratischer, über- und unterbestimmter Systeme, inverse Matrix `inv`, Determinante `det`, Moore-Penrose Pseudoinverse `pinv`, Matrixzerlegungen: Cholesky, LR- und QR-Zerlegung `chol, lu, qr`, Matrixfunktionen `sqrtm, expm`. Kommentare werden durch % eingeleitet und gelten nur für eine Zeile.

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P4. Seien x_j, y_j, $j = 1, 2, \ldots, n$ reelle oder komplexe Zahlen mit $y_j \neq 0$ für alle j. Man vergleiche

$$\text{(a)} \quad \frac{x_1 x_2 \cdots x_n}{y_1 y_2 \cdots y_n}, \quad \text{(b)} \quad \frac{x_1}{y_1}\frac{x_2}{y_2}\cdots\frac{x_n}{y_n}$$

numerisch und vom Zeitaufwand. Man suche die geeigneten Befehle für Produktbildung mit `help` oder `lookfor`. Zum Testen benutze man z. B.

$$\binom{n}{k} := \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k(k-1)\cdots(k-k+1)} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Aufgabe P5. Bilden Sie die Cholesky, LR- QR-Zerlegung einiger einfacher Matrizen der Ordnung ≤ 4. Zum Erzeugen von Matrizen können `eye, pascal, magic, rand, hilb, invhilb` verwendet werden.

Aufgabe P6. Welche Ränge haben die Matrizen

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}.$$

Bilden sie $\mathbf{A}^{-1}, \mathtt{inv}(\mathbf{A}), \mathtt{pinv}(\mathbf{A})$, dasselbe auch für $\mathbf{B}$. Berechnen Sie den Rang mittels `rank`. Ersetzen Sie in $\mathbf{A}$ 9 durch $10 - a$ mit $a = 0 : 0.1 : 0.9$ und führen Sie damit die obigen Operationen aus. Lösen Sie Gleichungssysteme mit dem so geänderten $\mathbf{A}$.

Wiederholen Sie die Aufgaben, indem Sie alle Anweisungen in eine Datei.m schreiben.

Hausaufgaben:

Aufgabe 3. Schreiben Sie ein matlab-Programm für die Zerlegung $\mathbf{A} = \mathbf{LR}$ nach Crout und Doolittle bei vorgegebener Diagonale (von $\mathbf{R}$ bei Crout und von $\mathbf{L}$ bei Doolittle). Testen Sie das Programm an einfachen Beispielen. Vermeiden Sie Schleifenbildungen.

Aufgabe 4. Zeichnen Sie $y_1(x) := (x-3)^9$ und dieselbe Funktion in der Form $y_2(x) := x^9 + (-27)x^8 + \cdots + (-3)^9$ in der Nähe von drei (Intervallänge etwa 0.2) unter Benutzung von `polyval`. Dasselbe für $y_3(x) := (x+3)^9$ in der Nähe von -3. Kommentieren Sie die Ergebnisse.