Numerische Mathematik für StudentInnen
mit Ziel Diplom in Mathematik

Gerhard Opfer WS 1997/1998 (1. Teil) SS 1998 (2. Teil)

Bogen 24: Übungen am 30. Juni 1998

Abgabetermin: am 7. Juli 1998 vor den Übungen

Inhalt von Woche 24: Gleichmäßige Approximation: Remez-Algorithmus, Lösung des resultierenden Gleichungssystems über zwei Interpolationsprobleme, trigonometrische L_2-Approximation, Lösung: Fourier-Koeffizienten.

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P70. (a) Berechnen Sie die beste lineare Approximation von $f(t) := t^2$ in $[0,1]$. (b) Haben Sie ohne zu rechnen bereits eine Vorstellung von der Lösung?

Aufgabe P71. Was ist ein Haarsches System? Ist $\langle 1, t^2 \rangle$ in $[-1,1]$ ein Haarscher Raum?

Aufgabe P72. (a) Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten von $\sin(x/8)$, $x \in [0, 2\pi]$. (b) Ist an den Rändern von $[0, 2\pi]$ eine gute Approximation von $\sin(x/8)$ durch die entstehenden Fourierpolynome zu erwarten?

Hausaufgaben:

Aufgabe 47. (a) Man finde die besten gleichmäßigen, linearen Approximationen von $f_1 := \sin$ und von $f_2 := \tan$ in $[0, \pi/4]$ durch Handrechnung. Anzugeben sind die Alternantenpunkte und der Minimalabstand $\mathrm{dist}(f_j, \Pi_1)$. (b) Bei den beiden angegebenen Problemen führe man einen Remezschritt aus, indem man von drei äquidistanten Knoten $t_0 = 0$, $t_1 = \pi/8$, $t_2 = \pi/4$ ausgeht. Das zu lösende lineare Gleichungssystem löse man mit den angegebenen Interpolationstechniken. D. h. man berechne die Lösung v_j, $j = 1, 2$ in der Form $v_j = u_j - a_j w$ mit $u_j(t_k) = f_j(t_k)$ und $w(t_k) = (-1)^k$, $k = 0, 1$. Man gebe untere und obere Schranken für den Minimalabstand an.

Aufgabe 48. Mit Hilfe der bereitgestellten Programme `p24remez*.*` (wie üblich in

`http://www.math.uni-hamburg.de/home/opfer/aufgaben.html`

zu finden) löse man die Probleme der vorigen Aufgabe mit Polynomen vom Grad drei und fünf. Man gebe untere und obere Schranken für den Minimalabstand, Zeichnungen der Fehlerfunktionen und Tabellen mit den Alternantenpunkten (vier Stellen nach dem Komma sind genug) an.