Numerische Mathematik für StudentInnen
mit Ziel Diplom in Mathematik

Gerhard Opfer WS 1997/1998 (1. Teil) SS 1998 (2. Teil)

Bogen 23: Übungen am 23. Juni 1998

Abgabetermin: am 30. Juni 1998 vor den Übungen

Inhalt von Woche 23: Householder-Transformation

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P67. (a) Was ist eine elementare Matrix, (b) was ist eine Dyade? (c) Wie werden elementare Matrizen charakterisiert?

Aufgabe P68. Beweisen Sie den Satz 7.47, S. 206 im Buch.

Aufgabe P69. Lösen Sie das Regressionsproblem mit dem Householder-Verfahren. Was ist zu tun?

Hausaufgaben:

Aufgabe 45. Lösen Sie mit dem Householder-Verfahren durch Handrechnung das lineare Gleichungssystem

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad \text{mit} \quad \mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} := \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \\ 25 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie die Zwischenvektoren $\mathbf{v} = \mathbf{d} - \mathbf{c}$ und auch die resultierende Zerlegung $\mathbf{A} = \mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}$ an, wobei $\mathbf{Q}$ eine orthogonale und $\mathbf{R}$ eine rechte Dreiecksmatrix ist.

Aufgabe 46. Ausgehend von einem bekannten Spaltenvektor $\mathbf{d}$ formulieren Sie eine Prozedur (Pascal oder matlab), die den Householder Vektor $\mathbf{v}$ und die Zahl a berechnet (Formeln, S. 207–208 im Buch). Davon ausgehend berechnen Sie mit einer weiteren Prozedur (Pascal oder matlab) die Zerlegung $\mathbf{A} = \mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{R}$, die Lösung des i. a. überbestimmten Gleichungssystems $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ und die Abweichung $||\mathbf{Ax} - \mathbf{b}||$. Testen Sie das Programm an $\mathbf{A} = (a_{jk})$, $a_{jk} = 1$, $j \geq k$, $a_{jk} = 0$, $j < k$ und $1 \leq j, k \leq m$. Die rechte Seite konstruieren Sie so, daß $\mathbf{x} = (1, 1, \ldots, 1)$ die Lösung ist. Für $m = 10$ geben Sie die Zerlegung explizit an. Es genügt eine vierstellige Zahldarstellung.