Numerische Mathematik für StudentInnen
mit Ziel Diplom in Mathematik

Gerhard Opfer — WS 1997/1998 (1. Teil) — SS 1998 (2. Teil)

Bogen 21: Übungen am 9. Juni 1998 (2. Aufl.)

Abgabetermin: am 16. Juni 1998 vor den Übungen

Inhalt von Woche 21: Bestimmung eines Basisvektors, Modifikationstechniken beim Simplexverfahren, neuer Abschnitt: Approximationsprobleme, verschiedene Normen, insbesondere Matrixnormen $||\mathbf{A}||_p$, $p = 1, 2, \infty$

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P61. Was sind Modifikationstechniken, was versteht man unter *up-* und *downdating*?

Aufgabe P62. Wir üben die Modifikationstechnik an einem Beispiel. Wir verwenden dazu die erste Zerlegung $\mathbf{A} = \mathbf{LR}$ aus dem Buch, S. 136:

$$\begin{pmatrix} 9 & -36 & 30 \\ -36 & 192 & -180 \\ 30 & -180 & 180 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 10/3 & -5/4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -36 & 30 \\ 0 & 48 & -60 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

in der Form $\mathbf{FA} = \mathbf{R}$, also

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 5/3 & 5/4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & -36 & 30 \\ -36 & 192 & -180 \\ 30 & -180 & 180 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -36 & 30 \\ 0 & 48 & -60 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Wir ersetzen die erste Spalte von $\mathbf{A}$ durch $\mathbf{a} = (2, -4, 8)^{\mathrm{T}}$. Dann ist $\mathbf{A}' := \begin{pmatrix} -36 & 30 & 2 \\ 192 & -180 & -4 \\ -180 & 180 & 8 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{H} := \mathbf{FA}' = (\mathbf{r}^2, \mathbf{r}^3, \mathbf{Fa}) = \begin{pmatrix} -36 & 30 & 2 \\ 48 & -60 & 4 \\ 0 & 5 & 19/3 \end{pmatrix}$. (a) Wie heißt die Form dieser Matrix? (b) Wie geht es weiter?

Aufgabe P63. (a) Was ist eine *Operatornorm* einer Matrix, (b) was ist eine *Matrixnorm*? (c) Nennen Sie Beispiele. (d) Wiederholen Sie die Berechnung von $||\mathbf{A}||_1$.

Hausaufgaben:

Aufgabe 41. Schreiben Sie ein Pascal- oder matlab-Programm zum Simplexverfahren. Programmieren Sie i. w. einen Schritt nach den Formeln (6.12)–(6.16) des Buches, S. 168–169. Hinweis: Beim Austausch von Indizes in einer Indexmenge I ist es zweckmäßig, die Reihenfolge nicht zu verändern. Testen Sie (mindestens) das Beispiel 6.13, S. 171 und das Beispiel in Präsenzaufgabe P60, übertragen in kanonische Form.

Aufgabe 42. (a) Zeichnen Sie den durch die folgenden Ungleichungen beschriebenen Bereich.

$$jx + y/j \geq 2, \quad j = 1,\ 2,\ 3, 1/2,\ 1/3. \tag{21.1}$$

$$x, y \geq 0.$$

(b) Welcher Bereich wird beschrieben für alle reellen $j > 0$. Ist der Bereich geradlinig berandet? (c) Haben die Probleme $x = \min$ mit den in (a) bzw. (b) beschriebenen Restriktionen eine Lösung?