Numerische Mathematik für StudentInnen
mit Ziel Diplom in Mathematik

Gerhard Opfer WS 1997/1998 (1. Teil) SS 1998 (2. Teil)

Bogen 18: Übungen am 12. Mai 1998

Abgabetermin: am 19. Mai 1998 vor den Übungen

Inhalt von Woche 18: Lösung von Minimierungsproblemen mit Hilfe von Richtungsverfahren, das Verfahren des steilsten Abstiegs, das Verfahren der konjugierten Gradienten (cg-Verfahren) zur Lösung linearer Gleichungssysteme bei symmetrischer, positiv definiter Matrix, sog. SPD-Matrix.

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P52. Was sind konjugierte Richtungen? Warum spielen Sie eine Rolle?

Aufgabe P53. Welches ist die wesentliche Idee zur expliziten Gewinnung von konjugierten Richtungen?

Aufgabe P54. Bestimmen Sie konjugierte Richtungen, die zum Problem der nächsten Aufgabe gehören.

Hausaufgaben:

Aufgabe 35. Beweisen Sie die Konvergenz des Verfahrens des steilsten Abstiegs zur Minimierung von $f(\mathbf{z}) := \frac{1}{2}(x^2 + ay^2)$ mit $a > 0$ und $\mathbf{z} := \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $x, y \in \mathbb{R}$ bei einem beliebigen Anfangswert $\mathbf{z}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$. Machen Sie eine Angabe über die Konvergenzgeschwindigkeit in der Form $\mathbf{z}_{j+1} = c^j \mathbf{z}_0$ mit $0 < c < 1$. Hinweis: Zeigen Sie, daß die Schrittweiten in jedem zweiten Schritt dieselben sind, also $\alpha_{j+2} = \alpha_j$.

Aufgabe 36. Benutzen Sie nochmal das Beispiel 5.26, Buch, S. 151 und programmieren Sie mit einem Pascal- oder matlab-Programm das Produkt $\mathbf{y} := \mathbf{A}\mathbf{u}$, wenn $\mathbf{u}$ die Randwerte $u_0(0, y) = u_0(1, y) = 1$; $u_0(x, 0) = u_0(x, 1) = 0$ und die inneren Werte Null hat. Wählen Sie zum Testen $n = 10$ und $n = 33$ und geben Sie $\mathbf{y}$ in Form einer matlab-Zeichnung `mesh(y)` aus, auch wenn Sie in Pascal gerechnet haben. Hinweis: Die $(n-1)^2 \times (n-1)^2$-Matrix $\mathbf{A}$ darf nicht gespeichert werden.