Numerische Mathematik für StudentInnen
mit Ziel Diplom in Mathematik

Gerhard Opfer WS 1997/1998 (1. Teil) SS 1998 (2. Teil)

Bogen 8: Übungen am 6. Januar 1998

Abgabetermin: am 13. Januar 1998 vor den Übungen

Inhalt von Woche 8: Hermite-Interpolation, trigonometrische Interpolation

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P22. Interpoliert man eine oft differenzierbare Funktion nur an einem einzigen Knoten mehrfach, wie lautet dann das entsprechende Hermite-Interpolationspolynom und wie lautet eine Fehlerabschätzung.

Aufgabe P23. Wie gewinnt man eine Fehlerabschätzung für Hermite-Interpolationspolynome, die an den Endpunkten eines Intervalls $[a, b]$, $a < b$ gleichviele, mehrfache Knoten besitzen.

Aufgabe P24. Wie kann der Interpolationsfehler abgeschätzt werden, wenn sin in $[0, \pi/2]$ mit jeweils doppelten Knoten an den Rändern und in der Intervallmitte durch ein Polynom interpoliert wird. Man schreibe zuerst die Interpolationsdaten explizit auf und berechne die entsprechenden dividierten Differenzen.

Hausaufgaben:

Aufgabe 15. (a) Seien $x_0, x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ mit $x_0 < x_2$ gegeben. Gesucht sind notwendige und hinreichende Bedingungen an x_1 unter denen ein Polynom $p \in \Pi_2$ eindeutig existiert mit $p(x_0) = y_0, p'(x_1) = y_1', p(x_2) = y_2$ mit beliebigen, gegebenen Zahlen y_0, y_1', y_2. (b) Sei $p \in \Pi_3$ ein Polynom mit $p(x_0) = y_0, p(x_2) = y_2, p'(x_1) = y_1', p''(x_1) = y_1''$, wobei $x_0 \neq x_2$ vorausgesetzt wird. Man bestimme diejenigen x_1, für die p nicht eindeutig existiert.

Aufgabe 16. Man interpoliere äquidistant mit mehrfachen Knoten, wobei aber jeder Knoten die gleiche Vielfachheit hat. Man schreibe dazu ein Pascal-Programm, das wesentlich die dividierten Differenzen für mehrfache Knoten berechnet. Man experimentiere mit (a) 8 einfachen, (b) vier doppelten, (c) zwei vierfachen und (d) einem 8-fachen Knoten bei $f(x) = \sin(x), x \in [0, \pi/2]$, $f(x) = \mathrm{sign}(x)x^8, x \in [-1, 1]$, $f(x) = 1/x, x \in [1, 2]$. Man zeichne jeweils die Fehlerfunktionen für zwei der drei angegebenen Funktionen (insgesamt 8 Fälle).