Numerische Mathematik für StudentInnen
mit Ziel Diplom in Mathematik

Gerhard Opfer WS 1997/1998 (1. Teil) SS 1998 (2. Teil)

Bogen 5: Wegen Exkursion (Kopenhagen) keine Übungen am 2. Dezember 1997

Abgabetermin: am 9. Dezember 1997 vor den Übungen

Inhalt von Woche 5: Wiederholung Interpolation: es gibt genau ein Interpolationspolynom, Lagrangesche Form; Newtonsche Form, Nevillesche Formel, Rekursionsformel für dividierte Differenzen, inverse Interpolation, Fehler bei Interpolation stetiger Funktionen (Anfang), Buch S. 36 – 42.

Präsenzaufgaben: Es ist zweckmäßig, diese Aufgaben (ohne Benutzung von Rechnern) vor den Hausaufgaben zu machen.

Aufgabe P13. Man schreibe die Lagrangesche und die Newtonsche Form des Interpolationspolynoms p auf, das die folgenden Daten interpoliert:

$$(-2,2),\ (-1,1),\ (3,3),\ (4,5).$$

Aufgabe P14. Sei p das Interpolationspolynom der vorigen Aufgabe. Wie kann man ein x finden für das näherungsweise $p(x)=4$ gilt?

Aufgabe P15. Man berechne $p(0)$ mit der Nevilleschen Formel für das obige p.

Hausaufgaben:

Aufgabe 9. Man schreibe ein Pascal-Programm, das ausgehend von beliebigen Daten (x_0,y_0), $(x_1,y_1),\ldots,(x_n,y_n)$ (Knoten paarweise verschieden), die dividierten Differenzen, die Koeffizienten des Newtonschen Interpolationspolynoms p und den Wert $p(x)$ an einer beliebigen Stelle x berechnet. Zum Testen wähle man Daten, die $f(x)=\mathrm{abs}(x)$, $x\in[-1,1]$ interpolieren. Die Knoten wähle man zweckmäßigerweise *äquidistant*, d. h.

$$x_j=-1+jh,\ j=0,1,\ldots,n,\ h=2/n. \tag{5.1}$$

Den Hauptteil bringe man in die Form `procedure div_diff(n:integer;knoten,werte:vektor; var d_diff:vektor);` für die Auswertung des Newton-Polynoms schreibe man dann `function newton_pol(n:integer;x:real;Knoten,d_diff:vektor):real;` zeichnen Sie die Interpolationspolynome zusammen mit dem Graphen von $f(x)=|x|$ für die Grade 2, 4, 16. Geben Sie die Zeichnungen und die Programme ab. Vergessen Sie nicht die Kommentierung der Programme.

Aufgabe 10. Seien ℓ_j die Lagrange-Koeffizienten zu beliebigen Daten $(x_0,y_0),(x_1,y_1),\ldots,(x_n,y_n)$ bei paarweise verschiedenen Knoten. Man zeige (Buch, Aufgabe 3.7)

$$\sum_{j=0}^{n}\ell_j=1. \tag{5.2}$$

Man folgere daraus, daß für jedes $x\in\mathbb{K}$ gilt:

$$\lambda_n(x):=\sum_{j=0}^{n}|\ell_j(x)|\geq 1. \tag{5.3}$$