Numerische Mathematik für StudentInnen
mit Ziel Diplom in Mathematik

Gerhard Opfer WS 1997/1998 (1. Teil) SS 1998 (2. Teil)

Bogen 4: Übungen am 25. November 1997

Abgabetermin: am 2. Dezember 1997 vor den Übungen

Inhalt von Woche 4: Wiederholung FFT, Hinweis auf rationale Interpolation, Kettenbrüche, Polynominterpolation, Buch S. 21, 34 – 37.

Präsenzaufgaben:

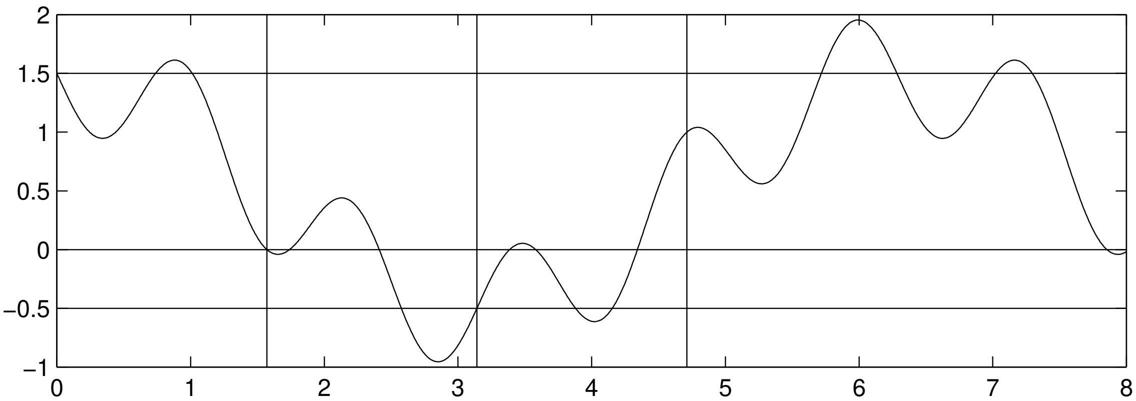
Aufgabe P10. Sätze über Eindeutigkeit und Existenz von Interpolationspolynomen.

Aufgabe P11. Aufschreiben des Lagrangepolynoms für zwei und drei Knoten mit Beispielen.

Aufgabe P12. Wiederholung von $p_{k+1}(x) = p_k(x) + f[x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{i+k+1}] \prod_{j=i}^{i+k}(x - x_j)$.

Hausaufgaben:

Aufgabe 7. Man finde durch Probieren und Überlegen heraus um welches trigonometrische Polynom t_N es sich in der Abbildung 4.1 handeln kann. Hinweis: Die Summe enthält nur wenige nicht verschwindende Terme. Man versuche zunächst N zu bestimmen.



Figur 4.1: Trigonometrisches Polynom

Aufgabe 8. Seien bei geradem $N = 2M$ reelle Koeffizienten $f_0, f_1, \ldots, f_{N-1}$ gegeben und seien

$$d_k = \sum_{j=0}^{N-1} f_j w_N^{jk}, \quad f_j \in \mathbb{R}, \quad k = 0, 1, \ldots, M-1 \text{ mit } w_N = \exp(2\pi \mathrm{i}/N)$$

zu berechnen. Bei üblicher Anwendung der FFT würden unnötigerweise auch $d_M, d_{M+1}, \ldots, d_{N-1}$ berechnet. Wir setzen

$$c_j = f_{2j} + \mathrm{i} f_{2j+1}, \quad j = 0, 1, \ldots, M-1$$

und definieren

$$t_k = \sum_{j=0}^{M-1} c_j w_M^{jk}, \quad k = 0, 1, \ldots, M-1.$$

Man zeige: $$d_k = 0.5[t_k + \overline{t_{M-k}} - \mathrm{i} w_N^k (t_k - \overline{t_{M-k}})], \quad k = 0, 1, \ldots, M-1.$$

Projektaufgabe 1. Sei u eine natürliche Zahl. Diese Zahl habe zur Basis b bzw. zur Basis B die Darstellung:

$$u = (u_m u_{m-1} \dots u_0)_b = (U_M U_{M-1} \dots U_0)_B.$$

Dabei sind $0 \le u_j < b$ die *Ziffern* von u im System b, $0 \le j \le m$ und $0 \le U_J < B$ die Ziffern zur Basis B, $0 \le J \le M$. Es ist ein Pascal-Programm herzustellen, daß ein in der Basis b gegebenes u umrechnet in die Darstellung zur Basis B unter zwei Annahmen. Es wird entweder in der Arithmetik zur Basis b oder in der Arithmetik zur Basis B gerechnet. Die Ziffern stelle man dar durch $012 \dots 89AB \dots Z$, d. h. man beschränke b, B auf den Bereich von 2 bis 36. Das Programm sollte etwa die Form `function(b, B, c:integer;s:zahl):zahl;` haben. Durch `c` sollte angegeben werden in welcher Arithmetik gerechnet wird, `zahl` sollte ein String sein, der u repräsentiert.
Hinweis zur Projektaufgabe: Einzelabgabe und Vorführung am Computer sind notwendig. Abgabetermin inkl. Vorführung **bis 27. Januar 1998 vor den Übungen**. Abzugeben sind Ausdruck des kommentierten, strukturierten Pascal-Programms mit einigen übersichtlichen Testbeispielen und Diskette. Beispiel: $(DERHUNDBEISST)_{35} = (45357444512923884559)_{10}$. Es ist zweckmäßig, sich zuerst einfache Fälle wie $b = 2, B = 3$ zu überlegen.