Numerische Mathematik für StudentInnen
mit Ziel Diplom in Mathematik

Gerhard Opfer   WS 1997/1998 (1. Teil)   SS 1998 (2. Teil)

Bogen 2: Übungen am 11. November 1997

Abgabetermin: am 18. November 1997 vor den Übungen

Inhalt von Woche 2: Fehler von Summen, Polynome, Beginn trig. Polynome, Buch S. 12 – 19.

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P4. Die Nullstellen ξ_{12} des quadratischen Polynoms

$$P(x) := x^2 - 2px + q$$

sind bekanntlich

$$\xi_{12} = p \pm \sqrt{p^2 - q}. \qquad \text{(B2.1)}$$

Ist $q \ll p$ (q ist relativ zu p sehr klein), so führt eine der beiden Formeln (B2.1) zur Auslöschung. Wie kann man das vermeiden? Man teste für $p = \pm 1$ und $q = 1.0E - 10$.

Aufgabe P5. Man berechne von $p(x) := 2x^4 - 3x^3 + x - 4$ den Wert und alle Ableitungen an der Stelle $\xi = 3$.

Aufgabe P6. Man wiederhole alle Formeln, die auf Formel (2.10) führen (Buch, S. 19).

Hausaufgaben:

Aufgabe 3. Man stelle ein Pascal-Programm her, das folgendes tut: Gegeben eine dezimale Gleitkommazahl x, auszurechnen ist die daraus auf n Dezimalziffern Mantissenlänge gerundete Zahl y. Beispiele:

(a) $x = 100\pi$, $n = 4$, $y = 3.142 \cdot 10^2$, (b) $x = -\pi/1000$, $n = 5$, $y = -3.1416 \cdot 10^{-3}$.

Man teste das Programm für $1 \leq n \leq 12$, für negative und positive x und für x mit positiven und negativen Exponenten. Abzugeben ist das Programm mit heinein kopierten Ergebnissen. Das Programm ist (innerhalb des Programms) zu kommentieren. Der Kommentar ist so wichtig wie das Programm. Es sind möglichst viele kleine Unterprogramme zu schreiben. Das eigentliche Programm sollte die Form `function reduktion(x:real;n:integer):real;` haben und formal kurz sein (wenige Zeilen).

Aufgabe 4. (a) Man berechne die Summe

$$s_n := \sum_1^n \{\frac{1}{k} - \frac{1}{1+k}\} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

mit einem Pascal-Programm durch vorwärts und rückwärts addieren. Man benutze dabei einen Zahlentyp mit nicht so vielen Stellen. Seien diese beiden Summen $s_n^{(1)}, s_n^{(2)}$. Man berechne die relativen Fehler und $\delta_n := s_n^{(1)} - s_n^{(2)}$ bis $n = 300$. Kommentieren Sie die Ergebnisse! Man gebe dazu exemplarisch nur einige Ergebnisse an. (b) Man berechne $\exp(-15)$ mittels der Formel $1 - 15/1! + 15^2/2! - 15^3/3! + \cdots$ mit einem Pascal-Programm. Es ist auch hier wieder geschickt, Variablentypen mit nicht so vielen Stellen zu benutzen. Man berechne ebenfalls $\exp(-15) = 1/\exp(15)$ und $\exp(15) = 1 + 15/1! + 15^2/2! + 15^3/3! + \cdots$. Man kommentiere die Unterschiede. Bei (a) und (b) ist es sinnvoll, mit verschiedenen Pascal-Programmtypen zu testen (unix, turbo, think).