Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

Allgemeine Hinweise

Auf den nachfolgenden Seiten (separat gespeichert) sind Aufgaben formuliert. Die angegebenen Aufgaben sind nicht abzugeben, sondern individuell vorzuführen. Im Regelfall ist das in den vorgesehenen Übungsstunden bei einem der Übungsleiter zu machen. Über die Vorführung wird auf einem individuellen Testatbogen (aus dem Netz zu kopieren, s. u.) von einem Übungsleiter ggf. ein Testat durch Unterschrift abgegeben. Es wird für das Vorführen insgesamt ein Zeitraum bis Freitag, dem 3. November 2000, 12 Uhr eingeräumt. Es werden insgesamt 16 Aufgaben gestellt. Die ersten drei müssen nicht vorgeführt werden. Von den verbleibenden dreizehn Aufgaben müssen mindestens vier Pascal- und vier MATLAB-Aufgaben vorgeführt und testiert werden um einen Übungsschein zu erwerben. Jedes Programm muß mindestens am Anfang einen Kommentar enthalten mit folgendem Inhalt:

Name der Bearbeiterin, des Bearbeiters,

Beginn der Bearbeitung (Datum),

Aufgabennummer,

Stichworte zum Inhalt der Aufgabe.

Es werden in der Regel keine Aufgabenzettel und sonstige Informationen auf Papier verteilt. Es wird erwartet, daß alle TeilnehmerInnen sich diese Informationen selbst aus dem Netz unter

`http://www.math.uni-hamburg.de/home/opfer/aufgaben00w.html`

besorgen. Die dort abgelegten Dateien haben entweder Postscriptform (mit Endung .ps zum Drucken oder Betrachten) oder ascii-Form zum Benutzen als Programm. Typisch für ascii-Dateien sind Dateien mit Endung .pas oder Endung .p (Pascal-Programme) oder mit Endung .m (MATLAB-Programme).

Sie müssen also zuerst lernen, die obige Netz-Seite zu finden um die darin befindliche Information (die im Laufe des Kurses zunimmt) zu lesen, zu drucken, etc. Viel Spaß!

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

1. Aufgabe (Pascal)

Die verschiedenen im Handel befindlichen Disketten sind quadratisch (zumindest die Hülle), und ihre Seitenlänge wird in Zoll angegeben. 1 Zoll entspricht 2.54 cm. Schreiben Sie ein Programm, das die Seitenlänge und den Flächeninhalt einer Diskette in cm bzw. cm^2 berechnet. Vereinbaren Sie die Diskettengröße als Konstante und lassen Sie das Programm dreimal mit den Größen 3.5, 5.25 und den früher auch üblichen 8 Zoll laufen. „Profis“ können natürlich auch den Flächeninhalt der kreisförmigen Magnetscheibe berechnen.
Das Ergebnis sollte auf dem Bildschirm erscheinen und die folgende Form haben:
„Eine x-Zoll-Diskette hat eine Seitenlänge von y cm und eine Fläche von z cm x cm“.
„Die kreisförmige Magnetscheibe hat eine Fläche von w cm x cm“.

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

2. Aufgabe (Pascal und MATLAB)

Schreiben Sie ein Programm, in dem folgende Konstanten deklariert werden:
$a = 17.4,\ b = -31.9,\ c = 244.8,\ n = 6.$
Berechnen Sie dann die Ausdrücke:

(1) $x_1 := 2ac + \dfrac{3}{b^3},$

(2) $x_2 := \dfrac{4 \cdot [a+b]^2}{7 \cdot [5b + c \cdot 10^{-2}]},$

(3) $x_3 := \sqrt{\dfrac{-9b + 3c}{4a}},$

(4) $x_4 := 9 \cdot 10^n \cdot a^5,$

(5) $x_5 := 2 \sin a - 3\Big(\sin a\Big)^3 + 5\Big(\sin a\Big)^5.$

Es ist zu beachten, daß in Pascal eine Operation *hoch* nicht vorhanden ist. Wollen wir für positive x den Ausdruck $y = x^n$ berechnen, so ist $\log y = n \log x$, also $y = \exp(n \log x)$. Hier ist log der Logarithmus zur Basis e, der sog. natürliche Logarithmus. In vielen Fällen ist dieser Umweg aber nicht nötig. Das sollten Sie sich vorher überlegen.
Rechnen Sie dasselbe mit einem MATLAB-Programm. Kopieren Sie dazu die entsprechende Pascal-Datei in eine MATLAB-Datei (Endung .m) und modifizieren Sie die Pascal-Befehle entsprechend. Im Gegensatz zu Pascal existiert in MATLAB ein *hoch*-Befehl in der Form `y=x^n`.
Die Ergebnisse sollten untereinander auf dem Bildschirm erscheinen.

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

3. Aufgabe (Pascal)

Korrigieren Sie die Fehler in dem angehängten Programm `Fehlerhaft` (als fehlerha.pas im Netz), und machen Sie sich bei einigen Ausdrücken Gedanken über die Genauigkeit der Ergebnisse.

Wenn Sie die Möglichkeit dazu haben, lassen Sie das korrigierte Programm in verschiedenen Betriebssystemen (also verschiedenen Rechnertypen) oder Compileroptionen laufen.

```
Programm Fehlerhaft:
const a=999999;
      b=0.2;
      c=999999.0;
var erg,p,x2,x4 : real;
    fehlerhaft : boolean;
    c,d,e integer;
begin
  c:=3+c;
  d:=-c
  d:=c/d;
  writeln('c:',c,'d:'d);
  (* theoretisches Ergebnis der folgenden Ausdrcke ist 0 *)
  erg:=(b+c)*(b-c) - b*b + c*c;    writeln(erg);
  erg:=(b+c)*(b-c) + c*c - b*b;    writeln(erg);
  erg:=(a+b)*(a-b) - a*a + b*b;    writeln(erg);
  erg:=(a+b)*(a-b) + b*b - a*a;    writeln(erg);
  { Polynomberechnung
    verschiedene Darstellungen von {p(x) = (x-1) hoch 5} (* =(x-1)^5 *)
    Beispiel: x = 0,9995 }
  x:=0,9995;
  x2:=x*x;
  x4:=x2*x2;
  p:=x4*x - 5*x4 + 10x2*x - 10*x2 + 5*x +- 1;
  writeln('p(x), direkt ermittelt : ,p);
  p:=(((x-5)*x+10)*x-10)*x+5)*x-1;
  writeln('p(x), nach dem 'Horner-Schema' berechnet : {{x-1}^5} = ',p);
  (* Vergleich von Werten * )
  if 0.1*0.1*0.1=0.001 then if erg>0 or erg<0 then fehlerhaft=TRUE;
                       else fehlerhaft=FALSE;
  if fehlerhaft=TRUE then writeln('richtig')
  else if fehlerhaft=FALSE then writeln('falsch')
                           else writeln('falscher Fehler');
  readln(fehlerhaft)
end;
```

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

4. Aufgabe (Pascal)

Wie lang ist der Anhalteweg eines Autos nach dem Erkennen einer Gefahr?

Der *Anhalteweg* setzt sich zusammen aus dem *Reaktionsweg* und dem *Bremsweg*.

Der Reaktionsweg ist die Strecke, die vom Erkennen einer Gefahr bis zum Beginn des Bremsens zurückgelegt wird. In dieser Zeit, die bei nicht besonders routinierten Fahrern etwa 1 Sekunde (*Reaktionszeit*) beträgt, läuft das Auto mit unverminderter, gleichförmiger Geschwindigkeit weiter. Nach einer Faustformel ist der Reaktionsweg in Metern gleich „Tachoanzeige (also in km/h) durch 3“. Beispiel: Tachoanzeige 120 km/h, ergibt 120/3=40 (in m).

Der Bremsweg ist die Strecke, die das Fahrzeug vom Beginn des Bremsens bis zum Stillstand zurücklegt. Die Länge dieser Strecke hängt von verschiedenen Faktoren (Bremsqualität, Straßenbeschaffenheit, Beladung usw.) ab. Die Faustformel lautet hier „Tachoanzeige durch 10 zum Quadrat“. Beispiel: Tachoanzeige 120 km/h, ergibt $(120/10)^2 = 144$ (in m). In dem Beispiel beträgt der Anhalteweg also insgesamt 184 m.

Berechnen Sie Reaktions–, Brems– und Anhalteweg nach den Faustformeln für Geschwindigkeiten von 30, 60, 110, 120 und 180 km/h.
Berechnen Sie bei den angegebenen Geschwindigkeiten den Reaktionsweg auch exakt. Benutzen Sie in dem Programmteil für den Reaktionsweg für die Reaktionszeit eine Variable.

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

5. Aufgabe (MATLAB)

Eine Druckseite Text enthalte 42 Zeilen zu jeweils 80 Zeichen. Wieviele ganze Druckseiten passen auf Disketten mit Speicherkapazitäten von

`360 K Byte,      720 K Byte,       1.2 M Byte,      1.44 M Byte.`

Es wird dabei angenommen, daß ein Zeichen genau ein Byte okkupiert, und daß `K`=2^{10} und `M`=2^{20} ist.
Berechnen Sie die angegebenen Anzahlen mit einer einzigen Formel ohne Schleifenbildung. Dazu müssen Sie die Formel so formulieren, daß auch vektorwertige Größen verwendet werden können. Haben Sie also `K, M` entsprechend definiert, muß in Ihre Formel ein Vektor der Form `v=[360*K 720*K 1.2*M 1.44*M]` eingehen, und entsprechend muß das Ergebnis ein Vektor `y` der gleichen Länge wie `v` sein.

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

6. Aufgabe (MATLAB)

Wir üben das Zeichnen von einfachen Graphen.

1. Verbinden Sie zwei Punkte $(x_1, y_1) = (0,0)$ und $(x_2, y_2) = (1,1)$ geradlinig.
2. Verbinden Sie dieselben Punkte geradlinig mit einer roten Linie.
3. Verbinden Sie die 10 Punkte $(x_j, y_j) = (j, j^2)$, $j = 0, 1, \ldots, 9$ durch einen roten Polygonzug.
4. Markieren Sie die 10 Punkte zusätzlich mit einem blauen Kreis.
5. Zeichnen Sie sin und cos für das Intervall $[0, 2\pi]$ in eine einzige Zeichnung.
6. Wie in der vorigen Zeichnung, aber zeichnen Sie sin nur mit roten Punkten und cos mit blauen Strichpunkten.
7. Zeichnen Sie einen Kreis. Treffen Sie Vorkehrungen, daß der Kreis wie ein Kreis und nicht wie eine Ellipse aussieht. Beschriften Sie das Bild mit einer Kopf- und einer Fußzeile. Benutzen Sie dazu `title, xlabel`.
8. Zeichnen Sie auf ein Blatt 9 kleine Zeichnungen, jeweils drei nebeneinander und drei untereinander. Zeichnen Sie in diese kleinen Felder die folgenden 9 Funktionen:

   (a) $\sin x, \quad x \in [0, 2\pi]$,

   (b) $\tan x, \quad x \in [-1.5, 1.5]$,

   (c) $\arctan x, \quad x \in [-3, 3]$,

   (d) $\sinh x, \quad x \in [-2, 2]$,

   (e) $\cosh x, \quad x \in [-2, 2]$,

   (f) $\tanh x, \quad x \in [-5, 5]$,

   (g) $\mathrm{arctanh} x, \quad x \in [-0.99, 0.99]$,

   (h) $\mathrm{e}^x, \quad x \in [-1, 1]$,

   (i) $\log x, \quad x \in [0, \mathrm{e}^{10}]$.

   Benutzen Sie `subplot` (in der Form `subplot(3,3,j), j=1,2,...,9`) und `plot` oder `fplot`, und zeichnen Sie in jedes Bild eine x-Achse über den angegebenen Bereich ein.

Um nicht alle Figuren in dasselbe Fenster zu zeichnen, schreiben sie vor jede Zeichnung `figure(n)`, wobei `n` für die Nummer der Zeichnung steht, `n` läuft also von 1 bis 8. Stattdessen können Sie auch am Ende einer Figur eine `pause` programmieren (weiter durch Drücken einer Taste) oder eine `pause(5)` von 5 Sekunden.

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

7. Aufgabe (MATLAB)

Führen Sie eine einfache Simulation für die Entwicklung der Bevölkerung von Nordamerika durch (keine komplizierten Formeln, sondern rechnen Sie jahresweise die Entwicklung aus). Am Anfang des Jahres 1991 hatte Nordamerika etwa 251 Millionen Einwohner, die Geburtenrate betrage 12/1000 und die Sterberate 11/1000. D. h., bis Anfang 1992 gibt es 3012000 Geburten und 2761000 Sterbefälle, also insgesamt einen Zuwachs von 251 000 Personen.

a) Wie wird sich die Einwohnerzahl unter den gemachten Annahmen bis zum Jahr 2025 weiter entwickeln? Geben Sie ein Histogramm der Einwohnerzahlen an.

b) Wann wird unter den oben gemachten Voraussetzungen die Einwohnerzahl erstmals 260 Millionen erreichen oder überschreiten?

c) Experimentieren Sie mit anderen Werten für die Geburten– und Sterberate.

Hinweis: Verwenden Sie zum Zeichnen der Histogramme den Befehl `bar`.

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

8. Aufgabe (MATLAB)

Geburtstagsparadoxon:
Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben in einer Gruppe von k Personen zwei am gleichen Tag Geburtstag? Wir vergessen dabei den 29. Februar.
Einfacher zu behandeln ist das Problem: Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben in einer Gruppe von k Personen keine zwei am gleichen Tag Geburtstag? Dieses Problem kїnen wir folgendermaßen lösen:
Person 1 hat einen bestimmten Geburtstag. Soll Person 2 einen anderen Geburtstag haben, so kommen nur noch 364 von 365 Tagen in Frage. Die Wahrscheinlichkeit ist also $\frac{364}{365}$. Für Person 3 bleiben noch 363, für Person 4 noch 362 von 365 Tagen usw. Die Wahrscheinlichkeit, daß von k Personen keine zwei am gleichen Tag Geburtstag haben, ist dann das Produkt

$$p_k := \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \cdot \dots \cdot \frac{365-k+1}{365}, \quad k \geq 2.$$

Die ursprünglich gesuchte Wahrscheinlichkeit w_k für das Zusammenfallen von Geburtstagen bei k Personen ist also

$$w_k = 1 - p_k.$$

a) Geben Sie in einer Tabelle für $k = 10, 20, \dots, 360$ die Wahrscheinlichkeiten w_k in Prozent an.

b) Schreiben Sie einen weiteren Programmteil, in dem Sie zu vorgegebener Wahrscheinlichkeit w mit $0 < w < 1$ die Personenzahl k ausrechnen für die $w_{k-1} < w \leq w_k$ gilt. Als Beispiele berechnen Sie die zu den Wahrscheinlichkeiten $w = 0.1, 0.5, 2/3, 0.75, 0.9$ gehörenden Personenzahlen k aus.

Berechnen Sie die Produkte ohne Schleifen.

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

9. Aufgabe (Pascal)

Berechnen Sie e^{-x^2} für $x = 0.01, 0.1, 0.5, 1, 3, 5$ mit Hilfe der unendlichen Reihe. Es gilt

$$y := e^{-x^2} = 1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{n!} + \cdots .$$

Die Reihe soll abgebrochen werden, wenn

$$\left| (-1)^n \frac{x^{2n}}{n!} \right| < 10^{-7} \text{ oder wenn } n > 50$$

ist. Das Rechenergebnis heiße $y_{\approx}$. Formulieren Sie die Taylorreihe als Prozedur mit dem Eingangsparameter x und den Ergebnisparametern $yapprox, n$.

Die Rechenergebnisse fassen wir in einer Tabelle folgendermaßen zusammen:

$$n, \quad x, \quad y_{\approx}, \quad y, \quad \mathrm{abs}(y - y_{\approx}), \quad \mathrm{abs}((y - y_{\approx})/y).$$

Fassen Sie das Ergebnis mit einem Satz zusammen.

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

10. Aufgabe (Pascal)

Schreiben Sie eine Funktionsprozedur der Aufrufform `y:=f(Fall,x)`, wobei `Fall` eine ganzzahlige Variable ist, die dazu dient aus einer größeren Menge von Funktionen eine auszuwählen. Wählen Sie die folgenden Funktionen:

1. sin,
2. cos,
3. tan,
4. arctan,
5. abs,
6. exp,
7. sqr,
8. sqrt,
9. ln.

Im vorliegenden Fall bedeutet also `y:=f(4,x)` die Berechnung von $y := \arctan(x)$. Verwenden Sie als wesentliches Sprachelement die `case...of`-Anweisung. Prüfen Sie ob alle angegebenen Funktionen auch zum Standardrepertoire von Pascal gehören. Wenn nicht, ersetzen Sie entsprechend. Sehen Sie auch den Fall vor, daß `Fall` nicht im vorgegebenen Bereich liegt. Berechnen Sie `y:=f(Fall,0.5)` für alle Fälle `Fall:=1,2,...,10`.

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

11. Aufgabe (Pascal und MATLAB)

Stellen Sie ein neues Pascal-Programm her indem Sie zunächst die in Aufgabe 9 für $y = \exp(-x^2)$ formulierte Prozedur in dieses neue Programm hineinkopieren. Berechnen Sie mit Hilfe dieser Prozedur 301 Werte an den äquidistanten Stellen $x = 0 : 0.01 : 3$ (also $x = 0, 0.01, 0.02, \ldots, 3$) und transportieren Sie diese Werte dann zeilenweise in eine Datei `aufg11.txt`. Lesen Sie diese Datei mit einem MATLAB-Programm auf eine Variable mit dem Namen `y` ein, so daß `y` als Matrix mit 301 Zeilen und einer Spalte aufgefaßt werden kann. Definieren Sie im MATLAB-Programm `x=0:0.01:3` [oder `x=linspace(0,3,301)`] und zeichnen Sie die Fehlerkurve `exp(-x.^2)-y` mit Hilfe der MATLAB-`plot`-Prozedur.

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

12. Aufgabe (Pascal)

Ein Student schickt seinem Vater eine E-mail, in der er ihn um Geld bitten will. Da es ihm peinlich ist, schon wieder um Geld bitten zu müssen und um zu zeigen, daß er intelligent ist, verschlüsselt er den gewünschten Betrag.

Er bittet seinen Vater, ihm den Betrag von MONEY DM zu überweisen, wobei MONEY definiert wird durch

$$\begin{array}{ccccc} & S & E & N & D \\ + & M & U & C & H \\ \hline M & O & N & E & Y \end{array}$$

und jeder Buchstabe eine Ziffer bedeutet, und zwei verschiedene Buchstaben niemals die gleiche Ziffer.

Der gutwillige Vater versucht, das Rätsel zu lösen. Er findet, daß M notwendig eine Eins sein muß, da zwei einstellige Zahlen nie einen höheren Übertrag als 1 ergeben können. S muß dann 9 oder 8 sein, weil sonst S + M keinen Übertrag liefern würde! Schlußfolgerungen dieser Art werden ihm zu mühsam. Er zieht es vor, die Lösung in einem Programm zu finden und prüft für alle möglichen Besetzungen der Buchstaben – unter Ausnutzung der eben angestellten Überlegungen –, ob die jeweilige Belegung den vorgegebenen Bedingungen entspricht. Er findet mehrere Lösungen, die zu verschiedenen Beträgen von MONEY führen. Der Unterschied zwischen der größten und kleinsten Lösung ist aber gering, und so überweist er den größten Betrag. Welches ist die kleinste, welches die größte Lösung?

Schreiben Sie ein geeignetes Pascal-Programm zur Lösung dieses Problems.

"Dear Father, apprentice with Master Quart
Was surely for me not the proper start.
Since Friday last I am here to be
A student at the Academy.
I have no more a scrap of money.
Please, father, send some to your sonny.
I'm hungry and sleeping poorly on
Hard straw. Your Kuno, a skeleton."
WILHELM BUSCH, *Maler Klecksel, übersetzt von* MAX BORN

Übungen zu Pascal und MATLAB

G. Opfer

Wintersemester 2000/2001
Kompaktkurs vom 4. bis 20. Oktober 2000

13. Aufgabe (Pascal)

Hinter 3 geschlossenen Türen befinden sich 2 Ziegen und ein Auto.

Bei einem Glücksspiel darf der Kandidat eine Tür auswählen, und die dahinter stehende Ziege bzw. das dahinter stehende Auto ist sein Gewinn.

Um die Gewinnchancen für das begehrte Auto zu erhöhen, wird nach der Wahl des Kandidaten eine Tür mit einer dahinter stehenden Ziege geöffnet und der Spieler gefragt, ob er an der Wahl seiner Tür festhält.

Der Spieler überlegt, welche Tür erfolgversprechender sein könnte und entscheidet sich für eine der beiden Türen.

a) Simulieren Sie das Spiel.

b) Welche der beiden Strategien
   - erste Wahl beibehalten
   - andere Tür wählen

   ist günstiger? Wie würden Sie entscheiden?

Überprüfen Sie Ihre Einschätzung, indem Sie in neuen Programmversionen durchgängig mal die eine und mal die andere Strategie befolgen. Zählen Sie für eine große Zahl von Spielen, z.B. 10 000, die Gewinnhäufigkeiten.

Hinweis: Gleichverteilte zufällige Zahlen mit Werten in [0,1] werden erzeugt durch
windows: `y=random`,
Sun-Pascal: `y=random(x)`, dabei ist `x real` und irrelevant,
MATLAB: `y=rand(1,n)` erzeugt einen `n`-Vektor von derartigen Zahlen.