Offene Sektion

Sektionsleiter: R. Avenhaus, München

Christoph, Gerd
Otto–von–Guericke–Universität Magdeburg, Fak. für Mathematik

Rates of Convergence to Stable and Discrete Stable Laws

Steutel and van Harn introduced "Discrete analogues of self-decomposability and stability", Ann. Prob. 7, pp. 893–899 (1979), where discrete stable laws occure with discrete domains of attraction. Here rates of convergence to discrete stable as well as (continuous) stable laws are considered and discussed.

Finner , Helmut
Diabetes-Forschungsinstitut an der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

Asymptotic sharpness of product-type inequalities for maxima of random variables

Product-type inequalities for the probability of the intersection of events are valid in a variety of distributional settings and have many applications in probability and statistics. These inequalities can be viewed as an improvement of the classical Bonferroni inequality. In this paper we are concerned with the problem of quantifying the asymptotic sharpness of such inequalities when they are applied to the cdf of maximum statistics. We restrict attention to the maximum of n exchangeable random variables and the range of n iid random variables as well as the studentized range. The asymptotic sharpness for n tending to infinity of the product-type inequality and Bonferroni's inequality will be determined in a variety of distributional settings. Most of them occur in multiple testing problems such as the problem of comparing n treatments with a control or, in case of the range statistic, in connection with the classical problem of pairwise comparisons of n treatments. To obtain the desired results we utilize extreme value theory and derive asymptotic expressions for the quantiles of the distributions of maxima of exchangeable random variables and of certain range statistics.

Gut, Allan
Department of Mathematics, Uppsala University, Sweden

Vollständige Konvergenz und Konvergenzraten im Gesetz der großen Zahlen

Der Begriff *Vollständige Konvergenz* wurde, zusammen mit einem Beweis dafür daß die Folge der arithmetischen Mittelwerte von unabhängig, identisch verteilter Zufallsgröß en gegen den Erwartungswert der Summanden strebt, unter der Voraussetzung daß die Varianze existiert, 1947 von Hsu und Robbins [5] eingeführt. Die Notwendigkeit wurde von Erdős [2,3] bewiesen. Verallgemeinerungen zu Resultate über Konvergenzgeschwindigkeiten im Gesetz der großen Zahlen wurden (u.a.) 1965 in [1] gegeben und, später, neue Beweise und gleichzeitig Verallgemeinerungen zu Zufallsvariablen mit mehrdimensionalen Indizes in [4].
In diesem Vortrag wird eine Übersicht über dieses Gebiet geboten. Einige neuen Ergebnisse, die sich ein wenig in der Art von den obigen unterscheiden beenden den Vortrag.

Literatur

[1] Baum, L.E. and Katz, M. (1965). Convergence rates in the law of large numbers. *Trans. Amer. Math. Soc.* **120** 108-123.

[**2**] Erdős, P. (1949). On a theorem of Hsu and Robbins. *Ann. Math. Statist.* **20** 286-291.
[**3**] Erdős, P. (1950). Remark on my paper "On a theorem of Hsu and Robbins". *Ann. Math. Statist.* **21** 138.
[**4**] Gut, A. (1978). Marcinkiewicz laws and convergence rates in the law of large numbers for random variables with multidimensional indices. *Ann. Probab.* **6** 469-482.
[**5**] Hsu, P.L. and Robbins, H. (1947). Complete convergence and the law of large numbers. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **33** 25-31.

Houben, Andreas
Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik, RWTH Aachen

Verallgemeinerte Ordnungsstatistiken bei zufälligem Stichprobenumfang

Die von Kamps [2] eingeführten *verallgemeinerten Ordnungsstatistiken* gestatten eine simultane Behandlung unterschiedlicher Modelle geordneter Zufallsvariablen hinsichtlich ihrer Verteilungseigenschaften. Zu diesen Modellen gehören u.a. (gewöhnliche) Ordnungsstatistiken, sequentielle Ordnungsstatistiken und unterschiedliche Rekordmodelle.
In Anlehnung an die Vorgehensweise für gewöhnliche Ordnungsstatistiken bei zufälligem Stichprobenumfang werden verallgemeinerte Ordnungsstatistiken bei zufälligem Stichprobenumfang betrachtet. Dabei wird die Anzahl der anzuordnenden Zufallsgrößen als Realisation einer nichtnegativen, ganzzahligen Zufallsvariablen, der sogenannten Anzahlvariablen, aufgefaßt.
Aufbauend auf Ergebnissen von Nasri-Roudsari [3] zum asymptotischen Verhalten verallgemeinerter Ordnungsstatistiken werden analoge Resultate zur klassischen Theorie hergeleitet.
Darüber hinaus werden Charakterisierungsresultate aus der Theorie gewöhnlicher Ordnungsstatistiken bei zufälligem Stichprobenumfang (vgl. [1]) mittels verallgemeinerter Ordnungsstatistiken auf größere Klassen von Anzahlverteilungen ausgedehnt. Dies führt zu einer vollständigen Charakterisierung der Waring-Verteilungen.
Die Charakterisierungsresultate legen ihrerseits eine Verallgemeinerung des Begriffs der Maximumstabilität bei zufälligem Stichprobenumfang nahe, mit dessen Hilfe analytisch gut handhabbare Kombinationen von Stichproben- und Anzahlverteilungen ausgezeichnet werden.

Literatur

[1] Brücks, G. (1993): *Verteilungseigenschaften von Ordnungsstatistiken bei zufälligem Stichprobenumfang*, Dissertation, RWTH Aachen.

[2] Kamps, U. (1995): *A Concept of Generalized Order Statistics.* Teubner, Stuttgart.

[3] Nasri-Roudsari, D. (1996) Extreme value theory of generalized order statistics, *J. Statist. Plann. Inference* **55**, 281–297.

Neumann , Peter
Technische Universität Dresden, Institut für Mathematische Stochastik

Ein mehrstufiges Hi-Lo-Stud-Poker-Spiel

Es wird das folgende mehrstufige Zweipersonen-Nullsummen-Spiel betrachtet: Jeder der beiden Spieler beobachtet eine unabhängige, identisch verteilte Zufallsgröße, von dessen Ergebnis nur er Kenntnis erlangt. In Abhängigkeit hat jeder der Spieler der Reihe nach die Möglichkeit zu wetten (Hi) oder zu passen (Lo). Passen beide, gewinnt der Spieler mit der **kleineren** Beobachtung $+1$. Wettet genau einer von ihnen, gewinnt der Spieler mit der **größeren** Beobachtung einen Ertrag > 1. Wetten beide, wird das Spiel eine vorher vereinbarte Anzahl von Zügen bzw. Halbzügen auf der Basis der bis zum Ende verbindlich bleibenden zufälligen Beobachtungen (Stud-Version von Poker) fortgesetzt, bis einer der Spieler paßt. Die Wetten werden also bekräftigt, und der Gewinner erhält einen ständig steigenden Ertrag. Es wird die Lösung des Spiels allgemein und für spezielle Ertragsfolgen angegeben. Auf Möglichkeiten und Grenzen des Bluffs wird hingewiesen.

Paulsen , Volkert
University of Kiel

On Optimal stopping with nonlinear costs of observations

In this talk we consider problems of optimal stopping with reward functions of the form

$$g(X_t) - c(t) \quad ,$$

where $(X_t)_{t \geq 0}$ is a one dimensional diffusion and c a concave or convex cost function. A new approach will be presented to determine asymptotically the region of continuation. It will be applied to three different cases coming from problems of sequential analysis.

Roters , Markus
Universität Trier, FB IV Mathematik

Asymptotisches Verhalten kritischer Werte in multiplen Testprozeduren

In diesem Vortrag wird das asymptotische Verhalten der kritischen Werte c_k für wachsendes k bei step-down-, step-up- und Bonferroni-Holm-Prozeduren zur Entscheidung zwischen k Hypothesen betrachtet, wobei die beiden erstgenannten Prozeduren auf der Beobachtung unabhängiger p-Werte oder Teststatistiken basieren. Mit Hilfe dieser Asymptotiken werden dann Asymptotiken für die Differenzen $c_{k+1} - c_k$ aufeinanderfolgender kritischer Werte innerhalb einer Prozedur oder auch für die Differenzen kritischer Werte $c_k^{SU} - c_k^{SD}$ zweier verschiedener Prozeduren (hier step-up und step-down) hergeleitet und diskutiert anhand verschiedener Verteilungen der Teststatistiken. Insbesondere die Frage, ob diese Differenzen gegen null oder unendlich streben, und wenn ja, mit welcher Rate, ist von Interesse z.B. für den Längenzuwachs simultaner Konfidenzintervalle für die Mittelwerte $\mu_1, \ldots, \mu_k$ gegebener Populationen bei Hinzunahme einer weiteren Population. Letztlich dienen die angestellten Überlegungen auch dazu, einen Eindruck davon zu vermitteln, wie stark der stufenweise Charakter der o.g. stufenweisen Prozeduren ausgeprägt ist.

Rothenstein, Daniel
Forschungszentrum Juelich (TFF)

Attribute Sampling over Time: Optimal Sampling Strategies for Interim Inspection

The periodic re-verification of n identical locations for timely detection of illegal activity is modeled as a non-cooperative, two-person game between Inspector and Inspectee. It is assumed that the game terminates after a reference period of length 1, and that the Inspector performs k inspections in all. Timeliness is parameterized by a critical detection time $t < 1$. The Inspectee can violate at one location during the reference period, or he can behave legally. The utilities are chosen such that the Inspector prefers legal behavior to timely detection and timely detection to untimely detection, while the Inspectee prefers untimely detection to legal behavior and legal behavior to timely detection. Optimal strategies for Inspector and Inspectee are determined as Nash equilibria. In particular, the conditions for legal behavior (deterrence) are investigated.

Rüschendorf, Ludger
Institut für Mathematische Stochastik, Universität Freiburg

Monge-Kantorovich Problem und strenge Dualitätsräume

Es wird der Frage nachgegangen, unter welchen Bedingungen das Monge-Kantorovich Dualitätstheorem gültig ist. Seit dem klassischen Ergebnis von Kantorovich 1942 (Kantorovich-Rubinstein Theorem) sind in der Literatur eine große Fülle von allgemeineren Dualitätssätzen und deren Anwendungen behandelt worden. Fordert man eine zusätzliche Stabilität des MK-Funktionales, dann sprechen wir von strengen Dualitätsräumen. Es stellt sich heraus, daß strenge Dualitätsräume charakterisiert werden können durch maßtheoretische Eigenschaften wie Perfektheit, Fortsetzungseigenschaft und Projektionseigenschaft. Mit dieser Stabilitätseigenschaft läßt sich das Ergebnis so interpretieren, daß ein Monge-Kantorovich Dualitätssatz für allgemeine meßbare Funktionen genau im Rahmen perfekter Maßräume gültig ist.

Schreiber, Karina
Otto–von–Guericke–Universität Magdeburg, Fakultät für Mathematik, Institut für Mathematische Stochastik

Generalized Discrete Linnik Distributions and Pure Death Processes

In Steutel and van Harn (1979) discrete stable distributions were introduced and Pakes (1995) studied a discrete analogue of Linnik distributions. The concept of the more general class of discrete self-decomposable distributions was considered by van Harn, Steutel and Vervaat (1982).
A class containing the discrete stable as well as the discrete Linnik distributions is given by the generalized discrete Linnik distributions. A random variable L is called generalized discrete Linnik distributed with characteristic exponent $\gamma \in (0,1]$, scale parameter $\lambda > 0$ and form parameter $\beta > 0$ if its probability generating function G_L is given by

$$G_L(z) = \begin{cases} (1+\lambda\,(1-z)^\gamma/\beta)^{-\beta} & \text{for } 0<\beta<\infty\,, \\ \exp\{-\lambda\,(1-z)^\gamma\}\,, & \text{for } \beta=\infty\,, \end{cases} \qquad |z|\le 1\,.$$

This class can be obtained as the limiting distributions of a pure death process with immigration, where immigration is determined by a sum of Sibuya and discrete Mittag–Leffler distributed random variables. We will present some analytic properties of the mentioned class of distributions.

Bibliography

van Harn, K., Steutel, F. W. and Vervaat, W. (1982), Self-Decomposable discrete distributions and branching processes, *Z. Wahrsch. verw. Gebiete* **61**, 97–118.

Pakes, A. G. (1995), Characterization of discrete laws via mixed sums and Markov branching processes, *Stoch. Proc. Appl.* **55**, 285–300.

Steutel, F. W. and van Harn, K. (1979), Discrete analogues of self–decomposability and stability, *Ann. Probab.* **7**, 893–899.