Versuchsplanung/Experimental Design

Sektionsleiter: F. Pukelsheim, Augsburg

Bischoff , Wolfgang **Hauptvortrag**
Institut für Mathematische Stochastik, Universität Karlsruhe

Ein funktionaler Zentraler Grenzwertsatz mit Anwendungen in der Versuchsplanung bei Regressionsmodellen mit Change-Point

Im ersten Teil des Vortrags wird ein neuer funktionaler Zentraler Grenzwertsatz, der auf Regressionsmodelle zugeschnitten ist, vorgestellt. Dazu betrachtet man zu einem gegebenen Versuchsplan den Partialsummenprozeß, der zu den Kleinst-Quadrate Residuen korrespondiert. Da die Residuen i.a. korreliert sind, kann der Satz von Donsker nicht angewendet werden. Konvergiert eine Folge von Versuchsplänen in einem gewissen Sinn, dann kann man zeigen, daß die dazugehörende Folge von Partialsummenprozessen gegen einen Gauß Prozeß schwach konvergiert. Dieser Grenzwertprozeß hängt von den Regressionsfunktionen und von dem asymptotischen Versuchsplan, d.h. dem "Limes" der Versuchspläne, ab.
Dieser funktionale Zentrale Grenzwertsatz ist nützlich, um die Hypothese zu testen, ob ein Change-Point bei einem Regressionsmodell auftritt oder nicht. Für dieses Problem werden basierend auf dem obigen Grenzwertsatz asymptotisch optimale Tests für jeden asymptotischen Versuchsplan bestimmt. Damit können dann asymptotische optimale Versuchspläne für das obige Testproblem gefunden werden.
Literatur:

W. Bischoff (1996). A functional central limit theorem for regression models, erscheint in Annals of Statistics.

W. Bischoff (1996). Sample path behavior for limit processes of sequences of partial sums of regression residuals, Preprint.

W. Bischoff und F. Miller (1997). Designing experiments for testing change-point problems in regression models based on residual partial sums processes, Preprint

Heiligers , Berthold
Universität Magdeburg

Optimale Versuchspläne in Spline Modellen

Polynomiale Splines geben vielfach eine attraktive Möglichkeit zur Modellierung einer eindimensionalen Regression. Für *Versuchsplanungsprobleme* in Spline Modellen sind jedoch nur wenige theoretische Resultate verfügbar.

Im Vortrag wird ein schneller (Quasi–Newton–) Algorithmus vorgestellt zur Bestimmung optimaler approximativer Versuchspläne für Spline–Regression über einem kompakten, reellen Regressionsintervall mit vorgegebenen (auch mehrfachen) Knoten. Die Beschreibung der Regressionsansätze erfolgt durch die B–Spline Basis; eine Behandlung anderer Spline Basen ist ebenfalls möglich. Numerische Resultate zeigen, daß für viele Optimalitätskriterien die Extremalstellen des (equi–oszillierenden) Chebyshev Splines den Träger hocheffizienter Versuchspläne bilden.

Pukelsheim, Friedrich
Institut für Mathematik der Universität Augsburg

Vollständige Klassen für die Kiefer-Halbordnung von Versuchsplänen

Die Kiefer-Halbordnung von Versuchsplänen drückt aus, daß Versuchpläne sowohl durch mehr Symmetrie als auch durch Vergrösserung der Informationsmatrizen besser werden. Dieses Konzept vereinigt somit Invarianzbetrachtungen mit Optimalitätseigenschaften. Ausgehend von klassischen Aussagen für polynomiale Modelle über einem Intervall werden vollständige Klassen für rotierbare Versuchspläne über der Kugel und für austauschbare Versuchspläne über dem Simplex diskutiert.

Schwabe, Rainer
Johannes Gutenberg–Universität, Fachbereich Mathematik, 55099 Mainz

Gitterstrukturen und Versuchsplanung in Fourier–Modellen

In der numerischen Integration und Approximation haben zahlentheoretisch motivierte Gitterstrukturen auf Grund ihrer guten raumfüllenden Eigenschaften als geeignete Stützstellen zunehmend an Bedeutung gewonnen. Insbesondere erlauben diese Gitter eine optimale Anpassung periodischer Funktionen, wie sie in der Fourier–Regression auftreten. Diese Optimalität bleibt in Fourier–Modellen auch dann erhalten, wenn gestörte Beobachtungen vorliegen, da die Basisfunktionen mit minimaler Varianz geschätzt werden können. Die Optimierung reduziert sich somit auf ein Problem der Modellidentifikation. Hierbei erweist sich die Definition des dualen Gitters als geeignetes Konzept zur vollständigen Beschreibung der Alias–Strukturen (Oberschwingungen) in Analogie zum Begriff der definierenden Wörter in Teilfaktorplänen.

Literatur: E. Riccomagno, R. Schwabe und H. P. Wynn: Lattice–based optimum design for Fourier regression. *Ann. Statist.* **25** (1997) Heft 6.

Winker , Peter
Universität Mannheim

Gleichverteilung, Diskrepanz und Orthogonalität

Orthogonale Designs sind weitverbreitet in der Versuchsplanung bzw. im Bereich des experimentellen Designs. Sie weisen eine Reihe von als wünschenswert erachteten Eigenschaften auf. Dennoch erweist es sich in der Regel als schwierig, derartige Designs zu konstruieren. Es stehen eine Anzahl von Verfahren zu diesem Zweck zur Verfügung, die auf unterschiedlichen mathematischen Grundlagen basieren. Allerdings beschränkt sich ihr Nutzen meist nur auf einige Spezialfälle.
In früheren Arbeiten hat sich die globale Optimierungsheuristik Threshold Accpeting als erfolgversprechend für die Erzeugung von Designs erwiesen, die vorgegebene Diskrepanz-Größen optimieren, also eine gute Approximation an die Gleichverteilung darstellen (uniform or near uniform designs). Dieses Verfahren läß sich auch einsetzen, wenn unterschiedliche Anzahlen von Ausprägungen für die einzelnen Faktoren zulässig sind.
Unterstellt man nunmehr, daß die Orthogonalität von Designs eng mit der Gleichmäßigkeit ihrer Verteilung (uniformity) verbunden ist – zumindest für geeignete Diskrepanz-Maße –, dann ergibt sich ein alternativer Zugang zur Erzeugung orthogonaler Designs, der auf einem direkten Optimierungsansatz beruht.
Für einige Beispiele zeigt sich, daß die durch Optimierung der Diskrepanz erzeugten Designs häufig auch orthogonal sind, wenn geeignete Diskrepanz-Maße benutzt werden. Für einige untersuchte Instanzen, für die dies nicht der Fall ist, deuten die Ergebnisse darauf hin, daß noch kein globales Optimum bezüglich der Diskrepanz erreicht wurde.