MÜNCHENER STOCHASTIK-TAGE 1998 Sekt.-Nr.:9

Statistik stochastischer Prozesse (einschließlich Zeitreihen)

Sektionsleiter: R. Höpfner, Paderborn

Abröll, Sigrid
University of Wisconsin-Milwaukee

Asymptotic Behavior of a Sieve Estimator for the Mean of a Gaussian Process

In 1987, Jay H. Beder [Ann. Statist. 15 (1987):59–78] proposed a sieve estimator for the mean m of a Gaussian process, provided the covariance function R is known. The estimator $\hat{m}$ is given explicitly from the data and has a simple distribution and "nice" asymptotic properties. In particular, $\hat{m}(t)$ is asymptotically unbiased for all $t \in T$.
Using the special properties of the corresponding reproducing kernel Hilbert space with kernel R, it is possible to describe the asymptotic behavior in more detail. Under some (not too restrictive) assumptions on the mean m and the covariance R, we are able to determine the rate of convergence of $\hat{m}$ to m as the sieve size goes to infinity. That rate is closely related to the rate of decay of the eigenvalues of the integral operator $\mathcal{R}$ with kernel R. In the case where the kernel function is continuously differentiable, we can use a result by Gohberg/Krein to obtain the specific rate of decay. If the covariance function is of product type, then the eigenvalues of $\mathcal{R}$ correspond to the eigenvalues of a Sturm-Liouville problem, which allows us to determine their asymptotic behavior. Monte-Carlo simulations for various processes reveal that this asymptotic behavior is actually already evident for relatively small sieve sizes. This, together with a simple form of the variance of the estimator, allows us to make recommendations for the implementation of $\hat{m}$ concerning the choice of the sieve parameters (sample size and sieve size).

Beibel , Martin
Institut für Mathematische Stochastik, Universität Freiburg

Sequentielle change-point Detektion bei der geometrischen Brownschen Bewegung

Sei X eine Brownsche Bewegung, deren Drift zu einer zufälligen exponentialverteilten Zeit τ wechselt. Sei $Y = \exp(X)$. Wir nehmen an, daß $E(Y_t)$ anfänglich wächst. Zum Zeitpunkt τ beginnt der Erwartungswert $E(Y_t)$ zu fallen. Wir untersuchen das Problem, die Auszahlung $E(Y_T)$ über alle Stoppzeiten T von Y zu maximieren. Dieses Stoppproblem entspricht der Situation eines Investors, der eine Einheit einer Aktie besitzt, deren inflationsbereinigter Preis dem Prozeß Y folgt. Es ist bis zum Zeitpunkt τ vorteilhaft, dieses Wertpapier zu halten. Der Investor möchte deshalb die Aktie möglichst bald nach dem unbekannten Zeitpunkt τ verkaufen. Im Gegensatz zu üblichen change-point Modellen wird die Verzögerung zwischen change-point und Stoppzeit hier nicht linear gewichtet.

Falk, Michael
Katholische Universität Eichstätt

Lokale Asymptotische Normalität Verdünnter Prozesse

(gemeinsam mit F. Liese, Rostock.) Es wird bewiesen, daß auf n iid Beobachtungen basierende verdünnte empirische Punktprozesse local asymptotisch normal sind (LAN), falls für die Verdünnungswahrscheinlichkeit α_n gilt: $\alpha_n \to_{n\to\infty} 0$, $n\alpha_n \to_{n\to\infty} \infty$. Es stellt sich heraus, daß die zentrale Folge dabei durch den Grenzwert des Variationskoeffizienten der Tangentenfunktion bestimmt wird.
Die zentrale Folge hängt daher genau dann nur von der *Anzahl* $\tau(n)$ nichtverdünnter Beobachtungen ab, wenn dieser Grenzwert 1 oder -1 ist. In diesem Fall läßt sich unter gewissen Regularitätseigenschaften ein asymptotisch effizienter Schätzer des zugrundeliegenden Paramters angeben, der nur von $\tau(n)$ abhängt.

Henning, Andreas
TU Ilmenau

Parameterschätzung in einem autoregressiven Threshold-Modell

Zur Analyse einiger beschleunigter Lebensdauertests erscheint es naheliegend, ein skalares (autoregressives) Zeitreihenmodell der Ordnung p zu betrachten

$$X_t = g\left(Y_{t-1} \mid \theta_0\right) + \sigma\left(Y_{t-1}\right) \cdot \varepsilon_t,$$

$t \geq p+1$. Es bezeichnen:

- Y_{t-1} den Zustand des Systems, der von $\{X_{t-1}, \ldots, X_{t-p}\}$ abhängen möge;
- θ den Parametersatz, welcher die Autoregressionsfunktion $g(\cdot)$ charakterisiert;
- $\{\varepsilon_t\}$ eine i.i.d. Zufallsfolge mit $\mathbf{E}\varepsilon_t \equiv 0, \mathbf{D}^2\varepsilon_t \equiv 1$, unabhängig von $\{X_1, \ldots, X_p\}$;
- $\sigma(\cdot)$ eine beschränkte Funktion (variable Fehlerstreuung) mit $\mathbf{E}\sigma^2\left(Y_{t-1}\right) =: \overline{\sigma}^2$.

Für die Parameter des Modells werden einfache Least-Squares-Schätzer

$$\widehat{\theta}_n = \arg\min_\theta \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \left[X_t - g\left(X_{t-1} \mid \theta\right)\right]^2 \qquad OLSE$$

und gewichtete Least-Squares-Schätzer

$$\widehat{\theta}_n^w = \arg\min_\theta \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \left[\frac{X_t - g\left(X_{t-1} \mid \theta\right)}{w\left(X_{t-1}\right)}\right]^2 \qquad WLSE$$

mit zu definierenden Gewichten eingeführt.
Es wird ein Resultat zur starken Konsistenz präsentiert, welches keine Differenzierbarkeitsvoraussetzungen an die Fehlerquadratsumme stellt.
Die nachfolgenden Untersuchungen beschränken sich auf eine Klasse von Threshold-Modellierungen, für die geometrische Ergodizität nachgewiesen werden kann.
Vom Autor erstellte Software zur Realisierung von OLSE bzw. WLSE basiert auf stückweise linearen und stetigen Autoregressionsfunktionen. Diese spezielle Struktur ermöglicht einen effektiven Einsatz vorhandener Optimierungsverfahren.

Höpfner , Reinhard
FB 17 Mathematik-Informatik, Universität-GH Paderborn

Lokale Zeit und Schätzung der ortsabhängigen Sterberate in "birth and death on a flow" - Modellen

Birth and death on a flow (bdf), eingeführt von Çinlar and Kao (1992), ist ein stochastischer Prozess von Partikelkonfigurationen in $\mathbb{R}^d$. In zufälligen Zeiten/Orten, beschrieben durch ein zufälliges Poissonmass μ mit Intensität $dt\ \pi(dy)$ auf $(0,\infty)\times\mathbb{R}^d$, entstehen Partikel, werden transportiert durch einen stochastischen Brownschen Fluss Φ auf $\mathbb{R}^d$ (Lösungsfluss einer SDE $dX_t = b(X_t)dt + \sigma(X_t)dW_t$, und unabhängig von μ), und sterben mit positionsabhängiger Rate $\kappa(.)$. So kann man z.B. Eintrag, Transport und Abbau von Schadstoffen in Grundwasserströmungen beschreiben.
In Dimension d=1 definieren wir die lokale Zeit von bdf und formulieren eine Tanaka-Formel. Als Anwendung ergibt sich die Asymptotik von Kernschätzern für die ortsabhängige Sterberate $\kappa(.)$ in einem festen Punkt x; Ähnlichkeiten bestehen mit dem Problem der Schätzung der invarianten Dichte in eindimensionalen Diffusionen bei Kutoyants (1996).

Küchler, Uwe
Department of Mathematics, Humboldt-University Berlin

Asymptotic properties of estimators for stochastic differential equations with time delay

Linear stochastic differential equations of the type

$$dX(t) = \int_{-r}^{0} X(t+s)a(ds)dt + dW(t), \quad t \geq 0$$

are considered. The bounded variation weight function $a(\cdot)$ is assumed to be unknown and to be estimated from the observed process $(X_t, t \in [0,T])$. Different estimators are constructed and studied in parametric subfamilies. Depending on the parameters, a great variety of asymptotic structure arises.

Liebscher, Eckhard
Technische Universität Ilmenau, Ilmenau

Nichtparametrische Schätzer bei mischenden Folgen

Im Vortrag werden zwei Probleme der nichtparametrischen Statistik bei mischenden Folgen betrachtet: a) die Konvergenz von Kernschätzern der Regressionsfunktion bei alpha-mischenden bzw. absolut-regulären Folgen und b) die Konvergenz von Schätzern der Dichte der Residuen bei nichtlinearen autoregressiven Folgen, wobei die Parameter der Autoregressionsfunktion unbekannt sind. Sei $\{(X_t, Y_t)\}$ eine stationäre alpha-mischende bzw. absolut-reguläre Folge von Zufallsgrößen aus $\mathbf{R}^s \times \mathbf{R}$. Betrachtet wird nun der Nadaraya-Watson-Schätzer

$$\hat{g}_n(x) = \frac{\sum_{t=1}^n Y_t K((x - X_t)/b(n))}{\sum_{t=1}^n K((x - X_t)/b(n))} \quad \forall x \in \mathbf{R}^s$$

(K Kernfunktion, $b(n)$ Bandbreite) für die Regressionsfunktion g mit $g(x) = \mathbf{E}(Y_t \mid X_t = x)$. Es werden Resultate präsentiert, die die Raten der Konvergenz fast sicher angeben und zeigen, daß unter geeigneten Voraussetzungen die gleichen Konvergenzraten wie im Fall unabhängig und identisch verteilter Zufallsgrößen erreicht werden.

Für das Problem a) steht außerdem der Gasser-Müller-Schätzer zur Verfügung. Unter Voraussetzungen an bedingte Dichten der mehrdimensionalen Verteilungen der Folge wurde die asymptotische Normalität dieses Schätzers im Fall nichtzufälliger Design-Punkte bewiesen.
Beim Problem b) wird eine nichtlineare autoregressive Folge $\{X_t\}$ von reellen Zufallsgrößen betrachtet, die durch

$$X_t = g(X_{t-1} \dots X_{t-p}|\theta) + \sigma(X_{t-1} \dots X_{t-p})\epsilon_t \qquad (1)$$

$$\mathbf{E}\epsilon_t = 0, \mathbf{D}^2\epsilon_t = 1 \quad \forall t$$

definiert wird. θ ist der Parametervektor der Autoregressionsfunktion g. $\sigma(.)$ stellt die bedingte Standardabweichung dar. ϵ_t sei eine Folge unabhängiger identisch verteilter Zufallsgrößen mit der Dichte f. Bei diesem nichtlinearen autoregressiven Modell geht es zunächst darum, geeignete Voraussetzungen anzugeben, die die geometrische Ergodizität der Folge $\{X_t\}$ sichern. Damit wäre durch (1) eine stationäre Folge festgelegt, welche außerdem absolut regulär ist mit exponentiell fallenden Mischungskoeffizienten. Es wird angenommen, daß der Parametervektor θ unbekannt ist, so daß hierfür geeignete Schätzer einzusetzen sind. An dieser Stelle können zum Beispiel Least-Squares-Schätzer oder Maximum-Likelihood-Schätzer verwendet werden. Als Ergebnis erhält man die Aussage, daß bei geeigneter Bandbreitenwahl die optimale Konvergenzrate (fast sicher) des Kerndichteschätzers für f erreicht wird. Eine Simulationsstudie zeigt die Güte der Schätzer im Fall kleiner Stichproben.

Löcherbach , Eva
FB 17 Mathematik/Informatik, Universität-GH Paderborn

Birth and death on flows: Lokalasymptotische Normalität und effiziente Schätzung von Parametern in der Sterberate

Birth and death on a flow beschreibt ein Teilchensystem auf einem Brownschen Fluß auf $\mathbb{R}^d$ (Lösungsfluß einer SDE mit Drift $b(.)$ und Diffusionskoeffizient $\sigma(.)$). Der Prozeß von Partikelkonfigurationen startet mit einer deterministischen Anfangskonstellation von Teilchen in $\mathbb{R}^d$. Neue Teilchen entstehen zu zufälligen Zeitpunkten in zufälligen Orten gemäß einem Poissonschen Zufallsmaß μ mit Intensität $ds\pi(dy)$ auf $(0,\infty) \times \mathbb{R}^d$, werden während ihrer zufälligen Lebenszeit von dem Brownschen Fluß transportiert (unabhängig von μ) und sterben mit ortsabhängiger Sterberate $k(.)$.
Wir betrachten statistische Modelle für birth and death on a flow und beweisen lokalasymptotische Normalität der Modelle, wenn die Beobachtungszeit gegen unendlich konvergiert. Sobald lokalasymptotische Normalität gezeigt ist, kann man die optimale Grenzverteilung von Schätzern für den unbekannten Parameter beschreiben und hat einen Begriff von asymptotisch effizienten Schätzern. Wir konstruieren eine Folge von Minimum-Distanz-Schätzern aufgrund von beobachteten Todesorten. Diese Schätzfolge ist stark konsistent, asymptotisch normal und kann in einem Schritt zu einer effizienten Schätzfolge für einen Parameter in der Sterberate modifiziert werden.

Neumann , Michael
Humboldt-Universität, Berlin

Nichtparametrische Vorhersage bei allgemeinen stochastischen Prozessen

Der Vortrag beschäftigt sich mit der Vorhersage zukünftiger Werte eines allgemeinen stationären Prozesses, von dem Beobachtungen $X_1, \dots, X_T$ vorliegen. Dabei erscheint es naheliegend, diesen Prozeß zunächst durch eine Folge autoregressiver Prozesse wachsender Ordnung d_T zu approximieren und dann eine Schätzung der Autoregressionsfunktion der Ordnung d_T zur Vorhersage zu benutzen.

Anderseits ist bekannt, daß nichtparametrische Methoden unter dem "Fluch der hohen Dimensionleiden. Erreichbare Konvergenzraten werden dramatisch schlechter bei wachsender Dimension des zugrundeliegenden Raumes. Um trotzdem zu akzeptablen Resultaten zu kommen, werden gelegentlich zusätzliche *strukturelle* Annahmen, wie beispielsweise das Vorliegen einer additiven Struktur, für die zu schätzende Funktion gemacht. Obwohl entsprechende Schätzer eine dimensionsunabhängige Konvergenzrate aufweisen, ist dieser Zugang nur teilweise befriedigend, da bei Verletzung der strukturellen Annahmen nicht einmal Konsistenz vorliegt.
Eine flexiblere, echt nichtparametrische Alternative besteht in der Annahme, daß die zu schätzende Funktion in einer auf Barron zurückgehenden Glattheitsklasse liegt. Hierbei werden dimensionsunabhängige Konvergenzraten durch zunehmend stärkere Restriktionen an die Funktionen bei wachsender Dimension ermöglicht. Bei der Vorhersageproblematik stellen Barrons Klassen jedoch keine störende Restriktion dar: Unter natürlichen Annahmen an die Mischungseigenschaften des Prozesses kann eine von d unabhängige Komplexitätsschranke für die Autoregressionsfunktion zur Ordnung d gefunden werden. Es wird ein nichtlinearer Schätzer des bedingten Erwartungswertes $E(X_{T+m} \mid X_T, X_{T-1}, \ldots)$ entwickelt, dessen quadratisches Risiko mit der Rate $[\log(T)/T]^{-1/2}$ konvergiert.
Dieser Vortrag basiert auf einer gemeinsamen Arbeit mit A. Juditsky (Grenoble).

Rieder , Helmut
Universiät Bayreuth

Robuste Schätzung für stochastische Prozesse

Wir betrachten die robuste Schätzung von Parametern einer recht allgemeinen Klasse stochastischer Prozesse. Dabei bezieht sich Kontamination auf die Übergangsverteilungen. Optimale Schätzer werden bestimmt und das Konstruktionsproblem untersucht.

Ritter, Klaus
Mathematisches Institut, Universität Erlangen-Nürnberg

Räumliche Adaption zur Rekonstruktion stochastischer Prozesse

Wir studieren die Rekonstruktion oder Integration der Pfade von Gauß-Prozessen mit inhomogener lokaler Glattheit. Eine einzelne Realisierung des Prozesses wird an endlich vielen Punkten beobachtet, und hieraus ist der gesamte Pfad näherungsweise zu rekonstruieren oder sein Integral zu schätzen. Die lokale Glattheit des Prozesses ist dabei unbekannt.
Wir analysieren die Wahl der Beobachtungspunkte und konstruieren ein adaptives (sequentielles) Verfahren, das asymptotisch optimal ist. Wir zeigen darüber hinaus, daß diese Optimalität mit keinem nichtadaptiven Verfahren erreichbar ist.

Gemeinsame Arbeit mit Thomas Müller-Gronbach, FU Berlin.

von Sachs, Rainer
FB Mathematik, Universität Kaiserslautern

Wavelet processes and adaptive estimation of evolutionary spectra

We define and study a new class of nonstationary random processes which are characterized by a representation with respect to a family of localized basis functions. Using nondecimated wavelets this generalizes the Cramér (Fourier) spectral representation of stationary time series. We provide a time–scale instead of a time–frequency decomposition and, hence, instead of thinking as scale in terms of "inverse frequency" we start from genuine time–scale building blocks or "atoms".

Using our new model of "locally stationary wavelet" processes, we develop a theory how to define and estimate an "evolutionary wavelet spectrum". Our asymptotics are based on rescaling in time–location which allows us to perform rigorous estimation starting from a single stretch of observations of the process. This wavelet spectrum measures the local power in the variance–covariance decomposition of the process at a certain scale and a (rescaled) time location.
To estimate the wavelet spectrum we use (corrected and appropriately smoothed) "wavelet periodograms". Here, we choose to smooth by non–linear wavelet shrinkage of the wavelet periodogram as a function of rescaled time–location. Further, we suggest an inverse transformation of the smoothed wavelet periodogram that estimates a local autocovariance of the original stochastic process. Some numerical simulations and an application to a medical time series, which shows a particular nonstationary behaviour, indicate the usefulness of our new approach.
This is joint work with G. Nason, University of Bristol, and G. Kroisandt, University of Kaiserslautern.

Sørensen, Michael **Hauptvortrag**
University of Copenhagen

Estimating functions for discretely observed diffusion models

Ideally, parametric inference concerning diffusion processes should be based on the likelihood function. However, when the process is only observed at discrete time points, which is usually the case in practice, the likelihood function is a product of transition densities, and these are only explicitly known in a few special cases. One way around this problem is to base the inference on estimating functions.
First quadratic estimating functions will be considered. These can be obtained from a Gaussian approximation to the transition densities, which is usually good when the time between observations is small. Then it will be discussed how to tailor a class of martingale estimating functions to a given family of diffusions by means of the generator of the diffusion. Application of these types of estimating functions in practice usually require a certain amount of numerical simulation. Therefore another type of estimating functions for which simulations can be avoided will also be discussed. The theory will be illustrated by examples and simulation studies.

Timmer , Jens
Freiburger Zentrum für Datenanalyse und Modellbildung

Ein Test auf eine Differenz zwischen spektralen Peakfrequenzen

Wir stellen ein Test für die Hypothese vor, daß die spektralen Peakfrequenzen zweier stochastischer Prozesse gleich sind. Der Test basiert darauf, aus den geschätzten Spektren neue Periodogramme zu realisieren und wiederum Spektren und ihre Peakfrequenz zu schätzen, um die Verteilung der Peakfrequenzdifferenz unter der Nullhypothese zu ermitteln. Es werden Simulationsergebnisse zum Verhalten des Tests unter der Nullhypothese und unter Alternativen vorgestellt und Anwendungen auf Tremordaten berichtet.

Wackernagel, Hans
Ecole des Mines de Paris

Lognormale Modellierung von Lärmbelastungsmessungen

Bei der Beurteilung der Lärmbelastung am Arbeitsplatz für eine Zeitspanne T wird der Mittelungspegel $L_{Aeq,T}$ der äquivalenten Dauerschallpegel (mit Frequenzbewertung A) verwendet, der als Logarithmus des Mittelwerts der akustischen Energiegröße $Z(t)$ definiert ist (siehe z.B. DIN 45 641). Wegen der linksschiefen Verteilung der Größe $Z(t)$ liegt es nahe, diese im Rahmen eines lognormalen Modells zu betrachten.
Für eine einheitliche Beschreibung der zeitlichen Abhängigkeit der Meßwerte bei unterschiedlichen Meßzeiten, stellen wir zwei Ansätze fr die Modellierung des Variogramms der lognormalen Größe vor. Der eine führt zu dem klassischen Modell von Larsen (1967) für Luftverschmutzungsdaten. Der andere fußt auf einer Konvolution des Punktvariogramms für unterschiedliche Meßdauern. Mit diesen Modellen können dann Vertrauensbereiche für den Mittelungspegel $L_{Aeq,T}$ durch lognormales Kriging angegeben werden.

Wagner , Mirko
Freiburger Zentrum für Datenanalyse und Modellbildung, Freiburg

Modellklassenselektion bei Hidden Markov Modellen in Anwendung auf Einzelkanalaufnahmen

Ionenkanäle sind porenförmige Makroproteine in der Membranschicht von Zellen, über die der Ionenhaushalt der Zelle gesteuert wird. Ein Ionenkanal wechselt sehr schnell zwischen mehreren Konformationen des Moleküls, in jeder Konformation ist der Kanal entweder offen oder geschlossen, d.h. Strom fließt oder wird blockiert. Die direkte Beobachtung der Konformationsänderungen ist allerdings nicht möglich, experimentell läßt sich lediglich der dadurch modulierte Ionenstrom messen. Diese Ströme befinden sich in der Größenordnung von 10^{-12} Ampere und sind mit starkem Beobachtungsrauschen überlagert. Die Meßdaten können als ein Hidden Markov Modell mit endlicher Anzahl an Zuständen modelliert werden. Die Zustände entsprechen den Konformationen des Proteins, und die möglichen Übergänge zwischen den Zuständen werden durch ein sogenanntes „gating scheme“ beschrieben, welches eine Modellklasse festlegt.
Wir verwenden Likelihood Ratio Tests zur Selektion derjenigen Modellklasse, welche die gegebenen Daten am „besten“ beschreibt.
Diese Likelihood Ratio Tests werden unter Nicht-Standardbedingungen durchgeführt, z.B. können sich einige Parameter unter der Nullhypothese auf dem Rand des Parameterraumes befinden, oder einige Übergangsraten sind unter der Nullhypothese nicht identifizierbar. Wir wenden diese Methoden auf Meßdaten von muskulären Kalium Kanälen an.

Literatur
Sakmann, B., Neher, E. (1995): Single-channel recording. Plenum Press, New York, London.
Chung, S.H., Moore, J.B., Xia, L., Premkumar, L.S., Gage, P.W. (1990): Characterization of single channel currents using digital signal processing techniques based on hidden Markov models. Phil. Trans. R. Soc. Lond. B, 329,265-285
Self, S.G., Liang, K.Y. (1987): Asymptotic properties of maximum likelihood estimators and likelihood ratio tests under nonstandard conditions. Am. Stat. Assoc., 82(398), 605-610
Hansen, B.E. (1992): The likelihood ratio test under nonstandard conditions: testing the markov switching model of GNP. J. Appl. Econom., 7, 61-82

Weba , Michael
FH Fulda

Designs zur Schätzung von Regressionskoeffizienten bei zeitabhängigen differenzierbaren Störprozessen

$X(t)$ sei eine Zeitreihe der Form

$$X(t) = \beta\, f(t) + N(t)\,, \qquad t \in [a, b]\,,$$

wobei f eine bekannte Regressionsfunktion, β ein unbekannter Regressionskoeffizient und $N(t)$ ein Störprozeß ist. Der Koeffizient β soll aufgrund von n Beobachtungen von X zu den Zeitpunkten $t_1, \ldots, t_n$ erwartungstreu unter erschwerten Bedingungen geschätzt werden, d.h. die Störungen sind abhängig und besitzen eine ähnliche Struktur wie die Regressionsfunktion; formal ausgedrückt: f liegt in dem kernreproduzierenden Hilbertraum, der vom Kovarianzkern der Störung erzeugt wird. Die in der Literatur ausführlich diskutierte, auf Sacks und Ylvisaker zurückgehende Theorie asymptotisch optimaler Schätzer basiert allgemein auf der Annahme, daß N genau $k \geq 0$ Ableitungen (im L^2 -Sinn) besitzt. Dieser Ansatz schließt jedoch glatte, unendlich oft differenzierbare Störprozesse aus, z.B. die in der Signaltheorie oft verwendeten Prozesse mit bandbegrenzten Spektren, stochastisch fastperodische Prozesse, zufällige Linearkombinationen differenzierbarer Funktionen etc.

In dem Vortrag werden Designs vorgestellt, welche auf die Schätzung von β bei unendlich oft differenzierbaren Störungen zugeschnitten sind und die auf geeigneten Diskretisierungen des nicht unmittelbar auswertbaren besten linearen erwartungstreuen Schätzers $\hat{\beta}$ beruhen, der sich mit Hilfe einer Funktion ϕ und Konstanten $c, d_1, \ldots, d_K$ sowie Zeitpunkten $\tau_1, \ldots, \tau_K$ in der Form

$$\hat{\beta} = c \left(\int_a^b X(t)\phi(t)\, dt \; + \; \sum_{k=1}^{K} d_k X(\tau_k) \right)$$

darstellen läßt. Diese Methode gestattet außerdem die Behandlung r -dimensionaler Zeitreihen

$$X_r(t) = \beta_1 f_1(t) + \ldots + \beta_m f_m(t) + N_r(t)$$

mit m zu schätzenden Regressionskoeffizienten.