Räumliche Statistik

Sektionsleiter: D. Stoyan, Freiberg

Frey, Andreas
Abteilung Stochastik, Universität Ulm, D-89069 Ulm

Reihenentwicklung für Charakteristiken von Booleschen Modellen

Wir betrachten ein allgemeines Konzept für die Reihenentwicklung des Erwartungswertes von Funktionalen markierter Punktprozesse im d-dimensionalen euklidischen Raum. Dieser Erwartungswert wird durch eine Summe von Integralen über faktorielle Momentenmaße höherer Ordnung des zugrundeliegenden Punktprozesses approximiert [1].
Die Idee der faktoriellen Momentenentwicklung wird angewandt, um Näherungsformeln für Charakteristiken von Booleschen Modellen herzuleiten. Zum Beispiel betrachten wir das Boolesche Modell in der Ebene, dessen Körner Kreise mit zufälligem Radius sind und das zur Modellierung der Reichweite von Antennen in mobilen Telekommunikationssystemen herangezogen werden kann [2]. Der Schnitt mit einer Geraden ergibt ein eindimensionales Boolesches Modell, wobei die „Klumpen“ von zusammenhängenden Schnittsegmenten diejenigen Bereiche einer Straße modellieren, die jeweils ununterbrochen von mindestens einer Antenne erfaßt werden. Für die Verteilung der Länge L eines typischen Klumpen leiten wir eine Approximationsformel der Form $P(L > x) = \sum_{i=0}^{n} a_i\lambda^i + o(\lambda^n)$ her, wobei λ die Intensität des zugrundeliegenden Poisson-Prozesses ist, und geben eine Rekursionsformel zur Bestimmung der Koeffizienten a_i an. Außerdem leiten wir eine Approximation derselben Art für die Verteilung der Gesamtlänge der nichtüberdeckten Bereiche eines vorgegebenen Intervalls her.
Für die erwartete Klumpenlänge des Booleschen Modells in der Ebene, dessen Körner Segmente mit zufälliger Länge und Orientierung sind, lassen sich analoge Approximationsformeln herleiten [3].
Die Approximationsgüte wird anhand numerischer Experimente diskutiert.

Literatur

[1] B. Błaszczyszyn, E. Merzbach und V. Schmidt (1997) *A note on expansion for functionals of spatial marked point processes.* Statistics and Probability Letters (im Druck).
[2] A. Frey und V. Schmidt (1997) *Marked point processes in the plane - a survey with applications to spatial modeling of communication networks.* Preprint, Universität Ulm.
[3] C. Rau (1997) *Series expansion for characteristics of Boolean models.* Diplomarbeit, Universität Ulm.

Heinrich , Lothar
Universität Augsburg, Institut für Mathematik

ZUR ASYMPTOTIK VON TAKACS-FIKSEL SCHÄTZERN

Es wird zunächst das Prinzip der Takacs-Fiksel Schätzung als eine spezielle Art von MKQ-Schätzung bei stationären Gibbsschen Punktfeldern mit einem parametrisierten Interaktionspotential eingeführt und erläutert. Wir betreiben “large-domain-statistics”, d.h., wir beobachten eine einziges Punktfeld in einem sich unbegrenzt ausweitendem (quadratischen) Fenster und interessieren uns für das asymptotische Verhalten der nach Takacs-Fiksel erhaltenen Paramaterschätzungen. Konsistenz ist dabei faktisch voraussetzungsfrei zu erhalten, wohingegen die asymptotische Normalverteiltheit nur unter recht starken Zusatzvoraussetzungen an das Interaktionspotential zu bekommen ist. Diese Einschränkungen sichern insbesondere die Eindeutigkeit der Phase (Dobruschin-Bedingung) und ausreichend gutes Mischungsverhalten (incl. Abschätzungen für die α-, β-, φ-Mischungskoeffizienten) dieser Phase.

Kerscher , Martin
Sektion Physik, LS–Wagner, Ludwig–Maximilians–Universität München

Morphologie großräumiger Strukturen im Universum

In der statistischen Kosmologie wird die Punktverteilung, gegeben durch die Positionen der Galaxien, als Realisierung eines Punktprozesses aufgefaßt. Zur Charakterisierung der globalen Morphologie dieser Punktverteilung verwenden wir Minkowskifunktionale des erweiterten Booleschen Kornmodels, sowie Größen basierend auf der nächsten Nachbarverteilung und der sphärischen Kontaktverteilung. An einem Beispiel zeigen wir die Grenzen einer Analyse mit Zweipunktmaßen und diskutieren die Eigenschaften von Minkowskifunktionalen, sowie deren Anwendung auf Galaxienkataloge. Als weitere deskriptive Methoden verwenden wir die nächste Nachbarverteilung und die sphärische Kontaktverteilung, sowie die hieraus abgeleitet J–Funktion.

Körner, Ralf
TU Bergakademie Freiberg

Formanalyse mit Hilfe von Funktionen

In diesem Vortrag soll die Formanalyse von geometrischen Objekten (Partikel, Körner, u.s.w) durch die Beschreibung der Kontur des Objektes diskutiert werden. Zur Charakterisierung der Kontur werden Funktionen genutzt. Hierbei gibt es mehrere Ansätze.

- Konvexe Objekte können eindeutig durch ihre Stützfunktion dargestellt werden.
- Sternförmige Objekte lassen sich mittels Radiusvektorfunktionen eindeutig beschreiben.
- Ist für planare Objekte der Umfang endlich, so können diese Objekte mittels der Konturfunktion charakterisiert werden.

Radiusvektorfunktionen haben ein Reihe rechentechnischer Vorteile. Diese Funktion kann leicht zur graphischen Veranschaulichung genutzt werden und es können Charakteristiken wie Volumen und Schwerpunkt d-dimensionaler Objekte leicht aus der Radiusvektorfunktion berechnet werden. Jedoch hat nur der Umgang mit Stützfunktionen auch eine mengentheoretische Begründung. Zur Umrechnung der Stützfunktion in eine Radiusvektorfunktion konvexer Objekte und umgekehrt werden Formeln angegeben.
Zur statistischen Untersuchung wird eine mittlere Menge (Erwartungswert) bestimmt und die Variabilität durch einen Varianzbegriff eingeschätzt. Mit der mittleren Menge kann jedoch nur die „Grobstruktur" erfaßt werden.
Da die Lage und die Orientierung einer Stichprobe von Partikeln nicht von Interesse sind, müssen diese vor der Untersuchung extrahiert werden. Zur optimalen Bestimmung der Lage und der Orientierung wird eine Modifikation des Algorithmus von Gower (1975) und Ziezold (1989) vorgestellt.

Molchanov , Ilya **Hauptvortrag**
University of Glasgow, Department of Statistics

Variational Calculus for Functionals of a Poisson Process

Let F be a functional of a Poisson point Π process whose distribution is determined by the intensity measure μ. Considering the expectation $\mathbf{E}_\mu F$ as a function on the cone $\mathbf{M}$ of positive finite measures μ, we derive closed form expressions for the Fréchet derivatives of all orders that generalise the perturbation analysis formulae for Poisson processes. Variational methods developed for the space $\mathbf{M}$ allow us to obtain first and second order sufficient conditions for different types of constrained optimisation problems for $\mathbf{E}_\mu F(\Pi)$. Particular applications include design of experiments, spline

approximation of convex functions, and optimal placement of stations in telecommunication studies.
Joint work with Sergei ZUYEV (Sophia-Antipolis, INRIA, FRANCE)

Nagel, Werner und Ohser, Joachim
Friedrich-Schiller-Universität Jena, Fakultät für Mathematik und Informatik,
TU Bergakademie Freiberg, Institut für Eisen- und Stahltechnologie

Schätzer der Euler-Poincaré-Charakteristik von Mengen für Beobachtungen auf parallelen Schnitten und auf Gittern

Es wird das Problem der Schätzung der Euler-Poincaé-Charakteristik von Mengen im dreidimensionalen euklidischen Raum betrachtet. Dabei wird davon ausgegangen, daß Beobachtungen auf Paaren paralleler Schnittebenen oder auf regelmäßigen Gittern von parallelen Geraden oder von Punkten möglich sind. Es werden Schätzer angegeben und - für diese Fragestellung erstmalig - hinreichende Bedingungen formuliert, unter denen die Erwartungstreue bewiesen werden kann.

Pfeifer, Dietmar
Institut für Mathematische Stochastik, Universität Hamburg

Aspekte der räumlichen Statistik in der marinen Ökologie

In dem Vortrag soll über Erfahrungen in Bezug auf die Entwicklung und Anwendung von Methoden der räumlichen Statistik und stochastischen Geometrie in dem Verbundforschungsprojekt *Ökosystemforschung Niedersächsisches Wattenmeer* berichtet werden; Stichworte: kleinräumige Verteilungsmuster [Multicorer-Proben], Minimal-Areal, raum-zeitliche Muster von Organismengemeinschaften, Monitoring von Artengemeinschaften mit Multidimensionaler Skalierung.

Schladitz , Katja
Aalborg University

Estimating the J function without edge correction

The structure of spatial point patterns is often described by the summary functions F (empty space function), G (nearest neighbour distance distribution function) and K (reduced second moment function). Baddeley and van Lieshout advocated the use of $J(r) = 1 - G(r)/1 - F(r)$ as an alternative.
When observing point processes in a bounded window, estimation of these summary functions is hampered by edge effects. The nearest point of the process or nearest-neighbour may lie outside the observation window in which case the observed distance will be greater than the true distance. The closer a point is to the boundary of the observation window the more likely it is not to observe the true distance. As a result the observed distances are a biased sample of the true distances.
In this talk we consider what happens if these edge effects are simply ignored and an estimate $\widehat{J}_W$ is computed from the uncorrected, empirical distributions of distances observed in a window W.
Astonishingly, we find the function J_W estimated by $\widehat{J}_W$ possesses similar properties to the J function, in particular J_W identically 1 for Poisson processes. Computer simulations suggest that a Monte-Carlo test for complete spatial randomness based on this fact is at least as powerful as tests based on the edge corrected estimators of J.

Sinowski , Walter
GSF - Forschungszentrum für Umwelt und Gesundheit, Institut für Biomathematik und Biometrie

Räumliche Interpolation und Aggregation bei der Verwendung von Transfermodellen zwischen punktuellen Meßgrössen und regionalisierter Zielgrösse

Viele Prozesse in der Ökologie können erst richtig interpretiert und verstanden werden, wenn sie in einer für den Prozess relevanten räumlichen Skala betrachtet werden. Messgrößen, die den Prozeß charakterisieren, können oft nur punktuell erfaßt werden. Je nach Höhe der räumlichen Variabilität werden entsprechend viele Meßpunkte für eine Regionalisierung der Meßgrösse benötigt. Um den Meßaufwand vertretbar zu halten, wird daher oft auf Transfermodelle zurückgegriffen, die den für den ökologischen Prozeß "effektiven Parameter" (Zielgrösse) aus Meßgrössen ableiten, deren Meßaufwand gering ist. Somit lassen sich drei notwendige Verfahrensschritte in der Regionalisierung von den punktuellen Messungen der Inputgrössen eines Transfermodelles bis zur räumlichen Aussage der Zielgrösse definieren: Modellberechnung, Interpolation und Aggregierung zum notwendigen räumlichen Support der Zielgrösse. Die drei Verfahrensschritte sind in unterschiedlichen Reihenfolgen (Strategien) im Gesamtablauf denkbar. Die Vor- und Nachteile der verschiedenen möglichen Strategien wird diskutiert und an dem Beispiel einer Pedotransferfunktion für Wasserretentionskurven erläutert. Als Schlußfolgerung wird die Vorgehensweise 1. Interpolation der Inputgrössen, 2. Modellberechnung, 3. Aggregierung empfohlen, sofern eine Trennung von Interpolation und Aggregation realisierbar ist.

Stoyan, Dietrich
TU Bergakademie Freiberg

Einige Probleme bei der Schätzung von Variogrammen

Das Variogramm $\gamma(h)$ ist eine fundamentale Charakteristik in der Geostatistik, und zu seiner Schätzung gibt es viele erprobte Methoden. Probleme treten auf, wenn die Meßpunkte irregulär verteilt sind oder wenn Trends vorliegen.
Bei irregulären Meßpunkten erscheint es als zweckmäßig, Kernmethoden zu verwenden. Der Wert $\hat{\gamma}(h)$ ergibt sich dann als gewogener Mittelwert aus den Z-Werten an Meßpunktpaaren, die ungefähr den Abstand h haben.
Die Parameter von Variogrammen können ausgehend von Größen der Form

$$\Gamma = E\Big(Z(o) - \frac{1}{k}\sum_{x_j \in S} Z(x_j)\Big)^2$$

bestimmt werden. Hier ist S eine k-elementige symmetrische Meßpunktmenge. Dazu werden empirische Γ-Werte durch parameterabhängige Γ-Werte nach der Methode der kleinsten Quadrate approximiert. Das entsprechende Verfahren zur Schätzung von Variogramm-Parametern ist genauer als die klassische, auf dem empirischen Variogramm beruhende Methode der kleinsten Quadrate und ist außerdem robust gegenüber (linearen) Trends.
Schließlich wird der Fall diskutiert, wo geostatistische Methoden in Situationen angewendet werden, wo keine regionalisierte Variable vorliegt, sondern nur Z-Werte in diskreten Punkten wie Baumstandorten oder Gemeinde- oder Stadtteilzentren gegeben sind. Hier können empirische Variogramme erhalten werden, die sich wesentlich anders als übliche Variogramme verhalten. Punktprozeamethoden können bei ihrer Interpretation helfen.

Welzl, Gerhard
gsf Neuherberg, Institut für Biomathematik und Biometrie

Randkorrekturen bei der Schätzung von Parametern ebener Punktfelder

Bei der Analyse biologischer und ökologischer Daten stellt sich häufig das Problem der Modellierung räumlicher Abhängigkeiten. Eine sehr flexible Modellklasse zur Beschreibung ebener Punktfelder entsteht durch die Mischung mehrerer Poisson Cluster Prozesse sowie einer überlagerten Störung in Form eines homogenen Poisson Prozesses. Zur Schätzung der Parameter - Intensität des Elternprozesses, Intensität und Reichweite des Tochterprozesses sowie der Intensität der überlagerten Störung - wurden verschiedene Verfahren vorgeschlagen. Der wesentliche Parameter zur Charakterisierung der räumlichen Abhängigkeit - die Reichweite der Cluster - kann ausgehend von Ripley's K-Funktion geschätzt werden. Die empirische Schätzung der K-Funktion wird durch Randeffekte beeinfluat. Zur Randkorrektur stehen gewichtete Schätzer zur Verfügung, die spezielle Modellannahmen, wie etwa Isometrie, erfordern. Eine davon abweichende Strategie erfordert die Bestimmung der theoretischen K-Funtion, analytisch oder durch Simulation, bezüglich des jeweiligen Beobachtungsfensters. Während die unterschiedlichen Randkorrekturen für kleine Abstände ähnlich gute Resultate liefern, gibt es im Bereich größerer Abstände deutliche Unterschiede zwischen den verschiedenen Strategien. Für die Frage, ob und welche Mischungen vorliegen, ist dieser Bereich jedoch bedeutsam. Mittels Simulationsuntersuchungen werden daher die Verteilungen der Schätzer, etwa hinsichtlich Streuung und Erwartungstreue, die aus der Anwendung unterschiedlicher Strategien resultieren, untersucht und verglichen.