Qualitätskontrolle und Zuverlässigkeitstheorie

Sektionsleiter: U. Jensen, Ulm

Cramer, Erhard; Kamps, Udo
Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik, RWTH Aachen
Fachbereich Mathematik, Universität Oldenburg

Schätzung von P(X < Y) bei multivariater Weinman-Verteilung und Typ-II zensierten Daten

Neben ihrer Verwendung zum Vergleich zweier Behandlungen in der Biometrie wird die Wahrscheinlichkeit $P = P(X < Y)$ in der Zuverlässigkeitstheorie im Rahmen sogenannter Stress-Strength-Modelle und als Vergleichsgröße für die Lebenszeiten technischer Systeme eingesetzt. Durch letztere Interpretation motiviert, wird P zum Vergleich zweier *sequentieller k-von-n Systeme* verwendet. Diese Systeme stellen eine Verallgemeinerung gewöhnlicher k-von-n Systeme dar, da die Auswirkung eines Komponentenausfalls auf die verbliebenen Komponenten durch eine parametrische Anpassung der Lebensdauerverteilungen berücksichtigt wird. Die geordneten Ausfallzeitpunkte der Komponenten werden durch *sequentielle Ordnungsstatistiken* $X_*^{(1)}, \ldots, X_*^{(n)}$ beschrieben. Liegt dem Modell eine zweiparametrige Exponentialverteilung $\mathrm{Exp}(\mu, \sigma)$ zugrunde, so ist die Verteilung von $(X_*^{(1)}, \ldots, X_*^{(n)})$ eine multivariate Weinman-Verteilung $\mathrm{WME}_n(\mu, \sigma, \tilde{\alpha})$, wobei $\tilde{\alpha}$ der Vektor der Modellparameter des sequentiellen k-von-n Systems ist.
Zur Schätzung der Wahrscheinlichkeit P wird angenommen, daß zwei stochastisch unabhängige, Weinman-verteilte Stichproben $X_1, \ldots, X_{n_1} \sim \mathrm{WME}_{n_1}(\mu, \sigma_1, \tilde{\alpha})$ und $Y_1, \ldots, Y_{n_2} \sim \mathrm{WME}_{n_2}(\mu, \sigma_2, \tilde{\beta})$ vorliegen. Bei unterschiedlicher Typ-II Zensierung der Daten werden sowohl der Maximum Likelihood-Schätzer als auch der erwartungstreue Schätzer mit gleichmäßig kleinster Varianz (UMVUE) für P bestimmt, wobei die Fälle eines bekannten bzw. unbekannten gemeinsamen Lokationsparameters unterschieden werden. Bekannte Resultate für die Exponentialverteilung sind als Spezialfälle enthalten. Abschließend werden die Varianzen der UMVUEs bei bekanntem und unbekanntem Lokationsparameter berechnet und zum Vergleich dieser Schätzer herangezogen.

Dohmen, Klaus
Humboldt-Universität zu Berlin

Neue Bonferroni-Ungleichungen und ihre Anwendung in der Zuverlässigkeitstheorie

Sei $(\Omega, \mathcal{A}, \Pr)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $(A_p)_{p\in P}$ eine endliche Familie von Ereignissen, deren Indexmenge P mit einer Halbordnung versehen ist. Weiter sei $\mathcal{X}$ eine Menge von nichtleeren Teilmengen von P, so daß für alle $X \in \mathcal{X}$ gilt:

$$\Pr\left(\bigcup_{x\in X'} A_x \,\middle|\, \bigcap_{x\in X} A_x\right) \;=\; 1\,,$$

wobei X' die Menge der nicht in X enthaltenen oberen Schranken von X sei. Wir zeigen, daß

$$\Pr\left(\bigcup_{p\in P} A_p\right) \;\geq\; \sum_{\substack{I\subseteq P,\, 0<|I|\leq n,\\ I \not\supseteq X\ \forall X\in\mathcal{X}}} (-1)^{|I|-1} \Pr\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right) \qquad (n \text{ gerade}),$$

$$\Pr\left(\bigcup_{p\in P} A_p\right) \;\leq\; \sum_{\substack{I\subseteq P,\, 0<|I|\leq n,\\ I \not\supseteq X\ \forall X\in\mathcal{X}}} (-1)^{|I|-1} \Pr\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right) \qquad (n \text{ ungerade}),$$

und verwenden dies, um Schranken für die Zuverlässigkeit von Kommunikationsnetzen zu erhalten. Die auf diese Weise gewonnenen Schranken sind schärfer als jene, die auf klassischen Bonferroni-Ungleichungen beruhen, obwohl die Anzahl der Rechenschritte sehr viel kleiner ist.

Franz , Jürgen
TU Dresden, Inst. für Math. Stochastik

Markovsch modulierte Poissonprozesse in Zuverlässigkeitsmodellen

In der Modellierung von Ausfall-Reparatur-Situationen werden bevorzugt Zählprozesse verwendet, im einfachsten Fall homogene Poisonprozesse. Um mehrere Ausfallkriterien, eventuell wirkende Steavariable oder verschiedene Reparaturgrade in die Modellierung einbeziehen zu können, bietet sich an, markovsch modulierte Poissonprozesse einzusetzen.
Es werden parametrische Modelle vorgestellt. Für die Modellparameter werden Bayes- und Minimax-Schätzer untersucht.

Gasmi , Sofiane
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Parameterschätzungen in Erneuerungsprozessen mit unvollständiger Erneuerung

Die Untersuchung und Behandlung von reparablen Systemen spielen in der mathematischen Statistik eine wichtige Rolle. Die bisher hauptsächlich untersuchten Fälle der vollständigen Erneuerung bzw. Minimalinstandsetzung spiegeln das praktische Reparaturverhalten nur unvollkommen wider. Von daher kommt dem Fall der unvollständigen Erneuerung eine große Bedeutung in der Erneuerungstheorie zu.
Im Vortrag werden Untersuchungen zu der Statistik für Ausfall-Reparatur-Prozesse basierend auf einem Modell, welches ein allgemeines Modell der unvollständigen Erneuerung ist, dargestellt.
Als zweites wird das alternierende Modell behandelt, dies enthält alternierend zwei Arten der Erneuerung:
1. Unvollständige Erneuerung mit dem Grad c,
2. Vollständige Erneuerung.
Parameterschätzungen durch die Maximum-Likelihood-Methode und Schätzung der Fisherschen Information werden fr Intensitätsfunktionen vom Weibull-, Pareto- und Log-linear-Typ angegeben. Fr Intensitäten vom Weibull-Typ werden Aussagen zur Verteilung der Zeiten zwischen zwei benachbarten Ausfälle getroffen und Simulationsergebnisse dargestellt. Simultane Konfidenzbereiche für die Parameter werden auf der Grundlage der Likelihoodquotienten vorgestellt.

Jensen Uwe ; Wiedmann, Juergen,
Universität Ulm

Lebensdaueranalyse in Modellen mit abhängiger Zensierung

In der Zuverlässigkeitstheorie und in der Medizin liegen oft Lebensdauerdaten vor, die rechtsseitig zensiert sind. Zur Auswertung wird ein Modell betrachtet, bei dem Abhängigkeiten zwischen der Lebensdauer- und der Zensierungsvariablen zugelassen werden. Zur näheren Spezifizierung der Abhängigkeit werden ein nichtparametrisches Modell von Cheng mit Kovariablen und parametrische Modelle zugrunde gelegt. Anhand eines Datensatzes und einer Monte-Carlo-Simulation werden die Auswirkungen der verschiedenen Modellannahmen demonstriert. Dabei werden ein modifizierter Cheng-Schätzer und der klassische Kaplan-Meier-Schätzer mit parametrischen Schätzverfahren verglichen.

Kiesmüller, Gudrun
Universität Würzburg

Stichprobenkontrollen für Produktionsprozesse mit drei Zuständen

Es wird ein Produktionsprozeß mit den drei möglichen Prozeßzuständen: Produktion mit geringem Ausschussanteil, Produktion mit großem Ausschußanteil und Prozeßstillstand betrachtet. Dieser Produktionsprozeß soll mit Hilfe von Stichprobenkontrollen überwacht und reguliert werden. Um einen aus ökonomischer Sicht optimalen Stichprobenplan zu bestimmen, wird als Zielfunktion der Gewinn pro produziertes Stück auf lange Sicht betrachtet. Zur Bestimmung der in diese Zielfunktion eingehenden Erwartungswerte wird der Kontroll- und Instandhaltungsprozeß mit Hilfe einer Markov-Kette modelliert. Es werden zwei Approximationsmöglichkeiten für die Zielfunktion vorgestellt und unterschiedliche Optimierungsverfahren diskutiert.

Knoth, Sven
Europa–Universität Frankfurt (Oder)

Simultane Kontrollkarten für Mittelwert und Streuung bei korrelierten Daten

Simultane Kontrollkarten, insbesondere simultane Shewhartkarten für den Mittelwert und die Streuung eines normalverteilten Merkmales sind bei unabhängigen Stichproben eingehend untersucht worden. Unterliegen die Daten einer Abhängigkeitsstruktur, so sind allerdings bereits die univariaten Karten häufig nicht mehr brauchbar. Das gilt um so mehr für ein simultanes Kontrollschema wie z. B. die $\bar{X}$–S^2–Karte. Im univariaten Fall verbessert man die klassischen Karten durch geeignete Ersatzverfahren. Im wesentlichen unterscheidet man zwischen Residuenkarten und modifizierten Karten. In beiden Fällen hängt das Design der Karten von der Struktur des unterstellten Zielprozesses ab.
Im Vortrag werden simultane Kontrollschemata für Zeitreihen betrachtet. Zur Berechnung der kritischen Werte werden für die modifizierte $\bar{X}$–S^2–Karte Ergebnisse von Schöne und Schmid (1997) zur gemeinsamen Verteilung einer quadratischen und einer linearen Form normalverteilter Zufallsvariabler benutzt. Dagegen werden die Kontrollgrenzen für die ebenfalls untersuchte modifizierte $\bar{X}$–R–Karte per Simulation ermittelt. Die kritischen Werte der Residuen–Karten werden in Anlehnung an den unabhängigen Fall ermittelt. Die vier verschiedenen Ansätze, d.h. modifizierte und Residuen–, $\bar{X}$–S^2– und $\bar{X}$–R–Karte wurden im Rahmen einer Simulationsstudie miteinander verglichen.

Schöne, A. & Schmid, W.(1997). On the joint distribution of a quadratic and a linear form in normal variables. *Technical Report 74, Europe University Viadrina, Frankfurt(Oder)*

Last , Günter
Technische Universität Braunschweig

Einige Eigenschaften reparierbarer Systeme

In [1] wurde ein mathematisches Modell für ein reparierbares System mit imperfekter Reparatur entwickelt, in dem die Reparaturen von der Vergangenheit abhängen können. Im Vortrag werden einige neue Resultate über das Monotonieverhalten und die asymptotische Stationarität solcher Systeme vorgestellt. Der Vortrag basiert wesentlich auf den Arbeiten [2] und [3].

[1] Last, G. und Szekli, R. (1998) Stochastic comparison of repairable systems by coupling. erscheint in *Journal of Applied Probability* **35**

[2] Last, G. und Szekli, R. (1998) Asymptotic and monotonicity properties of some repairable systems. erscheint in: *Advances in Applied Probability* **30**

[3] Last, G. und Szekli, R. (1997) Time and Palm stationarity of repairable systems. Preprint. eingereicht bei *Stochastic Process. Appl.*

Lehmann , Axel
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Erstpassagenzeitverteilung Poissonscher Zählprozesse mit allgemeinen Schrankenfunktionen

Erstpassagenprobleme für Zählprozesse treten beispielsweise bei der Bestimmung der Verteilung von Abbruchzeiten sequentieller Zuverlässigkeitsprüfverfahren auf der Basis der Anzahl von Reparaturen auf. So stellt im Fall der Minimalreparatur die Anzahl der Ausfälle eines Bauteiles mit stetiger Ausfallzeitverteilung einen inhomogenen Poissonprozeß dar.
Im Vortrag wird zunächst die exakte Verteilung der Erstpassagenzeit eines homogenen Poissonschen Zählprozesses bezüglich stückweise stetiger monoton wachsender Schrankenfunktionen angegeben. Dabei werden sowohl Einschranken- als auch Zweischrankenprobleme betrachtet. Die Bedingung der Monotonie der Schrankenfunktionen stellt keine Einschränkung dar, da unter schwachen Voraussetzungen die Berechnung von Erstpassagenwahrscheinlichkeiten bezüglich nichtmonotoner Schrankenfunktionen auf den Fall monoton wachsender Schrankenfunktionen zurückgeführt werden kann. Die Verteilungsfunktion der Erstpassagenzeit wird als Summe rekursiv berechneter nichtnegativer Summanden dargestellt, so daß eine numerisch stabile Auswertung möglich ist. Der Zusammenhang der Summendarstellung der Verteilungsfunktion mit Appell- und Abel-Gontcharoff-Polynomen wird diskutiert.
Durch Anwendung deterministischer Zeittransformationen des Prozesses und der Schrankenfunktionen werden die Ergebnisse auf inhomogene Poissonprozesse übertragen. Für gemischte Poissonprozesse, die durch eine lineare zufällige Zeittransformation aus dem homogenen Poissonprozeß hervorgehen, wird ebenfalls eine geschlossene Lösungsdarstellung erhalten. Dabei wird speziell der Pólya-Lundberg-Prozeß betrachtet.

Offinger , Robert
Otto-von-Guericke-University Magdeburg, Fakultät für Mathematik

Least Squares and Minimum Distance Estimation in the Three-Parameter Weibull and Fréchet Models with Applications to River Drain Data

After introducing three-parameter Weibull and Fréchet models we define various least squares and minimum distance estimation methods in general. We then show how these methods can be applied to the Weibull and Fréchet models and examine the quality of two special estimators in a small simulation study. These studies show that the estimators are a good alternative to already known estimators. For example, maximum likelihood estimation in the Weibull model is not defined without restriction of the shape parameter. Finally we discuss the application of the models to river drain data and some involved problems.

Pönitz , Andreé
HTW Mittweida

Ein iteratives Verfahren zur Berechnung der K-Zuverlässigkeit von stochastischen Graphen

Ein stochastischer Graph ist ein ungerichteter schlichter zusammenhängender Graph $G = (V, E)$ mit einer ausgezeichneten Knotenmenge $K \subset V$, dessen Kanten und Knoten unabhängig voneinander mit gewissen gegebenen Wahrscheilichkeiten ausfallen. Die K-Zuverlässigkeit (K-terminal

reliability, K-Zusammenhangswahrscheinlichkeit) eines stochastischen Graphen ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Knoten aus K durch funktionsfähige Knoten und Kanten miteinander verbunden sind. Die Berechnung der K-Zuverlässigkeit ist NP-hart, auch für die Spezialfälle $K = V$ und $|K| = 2$.
Eine Permutation $(v_1, v_2 ... v_n)$ der Knotenmenge V des Graphen G hat die Kettenweite $d = \max_{i=1..n}$
$|C_i|$ mit $C_i = \{v \in V_i : \exists (u,v) \in E : u \in V - V_i\}$ und $V_i = \{v_1, v_2 ... v_i\}$ ist. Die Kettenweite von G selbst ist das Minimum der Kettenweiten aller Permutationen von V.
Der vorliegende Aufsatz stellt ein Verfahren vor, die K-Zuverlässigkeit eines stochastischen Graphen beschränkter Kettenweite d in linearer Zeit in der Anzahl der Knoten des Graphen zu berechnen unter der Voraussetzung, daß eine Permutation der Kettenweite d der Knotenmenge des Graphen bekannt ist.

Schmid, Wolfgang **Hauptvortrag**
Europa-Universität Frankfurt (Oder)

Kontrollkarten für Zeitreihen

In vielen Bereichen der Ökonomie (z.B. Risiko-Management), der Naturwissenschaf (z.B. Emissionsmessungen) und der Medizin (z.B. Diabetes-Studien) ist man daran interessiert, Abweichungen von einem unterstellten Zielprozeß frühzeitig zu erkennen. Hierzu können die Methoden der statistischen Prozeßkontrolle verwendet werden. Da in diesem Zusammenhang die Daten allerdings häufig eine Abhängigkeitsstruktur besitzen, hat man - überraschenderweise erst in den letzten Jahren - Kontrollkarten für Zeitreihen eingeführt. Prinzipiell unterscheidet man heutzutage zwischen zwei Typen von Kontrolldesigns für Zeitreihen, Residuenkarten und modifizierten Kontrollkarten. In diesem Vortrag möchte ich einige Resultate zur modifizierten EWMA-Karte vorstellen. Diese betreffen vorwiegend das Verhalten der durchschnittlichen Lauflänge (ARL) im Zustand unter Kontrolle. Der Zielprozeß ist entweder ein Gaußscher Prozeß oder ein GARCH-Prozeß mit normalverteiltem weißen Rauschen. Es zeigt sich interessanterweise, daß die ARL bei linearen Prozessen ein anderes Verhalten aufweist als bei GARCH-Prozessen.
Beim Aufstellen dieser Karten wird die Kenntnis gewisser Modellparameter unterstellt. Es soll nun ferner analysiert werden, wie sich die Schätzung dieser Größen auf die durchschnittliche Lauflänge auswirkt.

Seidel , Wilfried **Fandom Noubiap, Roger**
Universität der Bundeswehr Hamburg

Effiziente Verfahren zur Bestimmung von Minimax- und Γ-Minimaxstrategien

Nichtlineare Minimax- und Γ-Minimaxprobleme treten in der Versuchsplanung (Minimaxdesigns in nichtlinearen Modellen) und in der Qualitätskontrolle auf. Dort ist etwa eine Prüfstrategie zu bestimmen, die das maximale, mit einer Menge Γ von Wahrscheinlichkeitsmaßen verträgliche Bayesrisiko minimiert. Γ beschreibt partielle Vorinformation.
In beiden Fällen handelt es sich um Zweiebenenprobleme: Auf einer oberen Ebene ist das Minimum einer Zielfunktion in gemischt-ganzzahligen Variablen zu bestimmen, deren Funktionswerte Lösungen von Maximierungsproblemen auf einer unteren Ebene sind. Die Schwierigkeit besteht darin, daß normalerweise eine exakte Lösung aller Teilaufgaben viel zu zeitaufwendig oder sogar unmöglich ist (beispielsweise, wenn es sich um globale Optimierungsprobleme handelt).
Wir schlagen ein Verfahren vor, durch geeignete Approximation das Problem auf der unteren Ebene erheblich zu vereinfachen und gleichzeitig den Wertebereich für die diskreten Variablen auf der oberen Ebene drastisch einzuschränken. Das untere Maximierungsproblem muß dann nur noch wenige Male für einen Konvergenztest vollständig gelöst werden.

Bei Γ-Minimaxverfahren kann das Problem auf der unteren Ebene durch eine Folge von linearen Programmen approximiert werden. Unter geeigneten Voraussetzungen, die in der Praxis fast immer erfüllt sind und darüber hinaus durch den Algorithmus implizit überprüft werden, kann die Konvergenz des Gesamtalgorithmus bewiesen werden. Die für den Konvergenztest erforderliche einmalige exakte Lösung des Problems der unteren Ebene wird durch Dualisieren auf ein semiinfinites Optimierungsproblem zurückgeführt.

Wendt , Heide
Universität „Otto–von–Guericke“, Fak. für Mathematik / Inst. für Mathematische Stochastik

Statistische Verfahren für eine Klasse von Punktprozessen

Gegeben sei ein Schockmodell mit Schadensakkumulation: Ein System wird der Einwirkung von Schocks der zufälligen Größe X_n ausgesetzt, die zu den zufälligen Zeitpunkten T_n auftreten und zu einer allmählichen Beschädigung des Systems führen. Das System ist nur dann intakt, wenn der gesamte Schaden ein bestimmtes Abnutzungsmaß h nicht überschreitet.
Zur Beschreibung dienen markierte Punktprozesse $\Phi = ((T_n, X_n))_{n\geq 1}$. Für den Fall einer unabhängigen sowie einer positionsabhängigen Markierung eines doppelt–stochastischen Poisson Prozesses mit bekanntem Kompensator wird die Verteilungsfunktion des Systemausfalls $Z_h^\star$ bestimmt, wobei $Z_h^\star$ durch

$$Z_h^\star = \left\{ \inf_{t\geq 0} : \sum_{n=1}^{\infty} I_{(T_n \leq t)} \cdot X_n \geq h \right\}$$

gegeben ist. Bei rechtszensierten Beobachtungen läßt sich die Systemausfallzeit durch einen markierten Ein–Punkt–Prozeß beschreiben.
Es werden unterschiedliche Beobachtungsinformationen unterstellt und in Form von Punktprozeßgeschichten $\{\mathcal{F}_t\}_{t\geq 0}$ beschrieben. Die $\{\mathcal{F}_t\}$–Kompensatoren der zugehörigen markierten Punktprozesse ergeben alternative Maximum–Likelihood–Schätzungen der unbekannten Parameter in der Verteilungsfunktion der Systemausfallzeit. Die ermittelten Schätzungen werden miteinander verglichen (Konsistenz– und Varianzaussagen). Anhand eines Simulationsbeispieles werden die Ergebnisse demonstriert.

Zierke, Erik
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Die Erstpassagenzeit einer Brownschen Bewegung bei steuernden Eingriffen

Ein Prozeß, der sich durch eine Brownsche Bewegung mit nichtnegativer Drift beschreiben läßt, starte in seinem Optimalwert. Die betragsmäßig maximal zulässige Abweichung von diesem Optimalwert sei z. Bei einer Abweichung von $-z$ kann der Prozeß in Nullzeit auf seinen Optimalwert zurückgesetzt werden. Gesucht ist unter diesen Bedingungen die Verteilung der Zeit des ersten Erreichens einer Abweichung von $+z$. Sie wird durch Grenzübergang aus einem bekannten Irrfahrtsergebnis hergeleitet.