

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Vorlesung

Universität Hamburg

Reiner Lauterbach

SS 2005

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	5
1.1	Was sind Differentialgleichungen	5
1.2	Erste numerische Schritte	15
1.3	Bezeichnungen	18
1.4	Hilfsmittel aus der Analysis	19
1.4.1	Der Banach'sche Fixpunktsatz	20
1.4.2	Mannigfaltigkeiten	23
1.5	Aufgaben	30
2	Allgemeine Existenzsätze	33
2.1	Nichtautonome Differentialgleichungen	33
2.1.1	Die Existenz von Integralkurven	33
2.1.2	Fortsetzbarkeit	38
2.2	Stetige Abhängigkeit	40
2.3	Differentialgleichungen höherer Ordnung	52
2.4	Ober- und Unterlösungen	54
2.5	Aufgaben	55
3	Lineare Differentialgleichungen	57
3.1	Jordansche Normalform	57
3.2	Exponentialabbildung	59
3.3	Nichtautonome lineare Gleichungen	63
3.4	Ebene lineare Systeme	65
3.5	Eigenwerte und Langzeitverhalten	69
3.6	Aufgaben	70

4	Berechnung von Lösungen	73
4.1	Polygonzugmethode	73
4.2	Impliziter Euler	75
4.3	Runge-Kutta Verfahren	77
4.4	Aufgaben	79
5	Anfänge einer geometrischen Theorie	81
5.1	Autonome Systeme	81
5.2	Poincaré-Bendixson Satz	87
5.3	Wazewski Prinzip	93
5.4	Gradientensysteme	96
5.5	Hamilton'sche Systeme	98
5.6	Aufgaben	102
6	Stabilität	105
6.1	Stabilität einer Ruhelage	105
6.2	Stabilität einer periodischen Lösung	114
6.3	Ljapunov Funktionen	123
6.4	Instabile Mannigfaltigkeit	125
6.5	Verzweigungen	127
6.5.1	Stationäre Verzweigungen	127
6.5.2	Hopf Verzweigung	131
6.5.3	Stabilitätsverlust für periodischen Lösungen	133
6.6	Aufgaben	135
7	Topologische Äquivalenz	137
7.1	Strukturelle Stabilität	137
7.2	Der Satz von Hartman-Grobman	143
7.3	Aufgaben	147
8	Euler Charakteristik	149
8.1	Drehung	149
8.2	Anwendung	151
8.3	Aufgaben	151