Prof. Dr. Reiner Lauterbach
Dipl.-Math. Roland Weber

SS 1999

Übungen zu Gewöhnliche Differentialgleichungen

Blatt 6

1. Man skizziere das Verhalten des ebenen linearen Systems $\dot{u} = Au$ für den Fall, daß A einen doppelten Eigenwert 0 hat, und begründe die damit gemachten Aussagen.

2. Man skizziere das Verhalten des ebenen linearen Systems $\dot{u} = Au$ für den Fall, daß A ein Paar konjugiert komplexer Eigenwert mit Realteil 0 hat, und begründe die damit gemachten Aussagen.

3. Wir bezeichnen mit A^T die Transponierte einer reellen Matrix A und mit $\mathrm{tr}(A)$ die Spur von A. Man zeige (und achte dabei auf eine sorgfältige Argumentation):
   (a) $\det E(A,t) = e^{\mathrm{tr}(A)t}$
   (b) $E(A^T,t) = (E(A,t))^T$
   (c) Ist A schiefsymmetrisch, d.h. $A+A^T = 0$, so ist $E(A,t)$ für alle $t \in \mathbb{R}$ orthogonal.
   (Eine Matrix B heißt orthogonal, wenn $B^TB = BB^T = \mathbb{1}$ ist.).

4. Man finde $E(A,t)$ für folgende Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

   Wie sieht $E(A,t)u_0$ für verschiedene $u_0 \neq 0$ aus.

Abgabe: Donnerstag, 20.5.1999 in den Übungen