

Übungen zu Numerik partieller Differentialgleichungen Blatt 9

Aufgabe 33 Für $f \in C([0, 1], \mathbb{R})$ und $\lambda \in \mathbb{R}$ betrachten wir die Minimierungsaufgabe

$$\text{minimiere } \int_0^1 \left(\frac{1}{2} (u')^2 + \lambda u^2 + fu \right) dx, u \in H_0^1((0, 1), \mathbb{R}).$$

Schreiben Sie ein Programm in `matlab` oder `octave`, das dieses Problem näherungsweise im Raum S der stückweise linearen Funktionen mit einem gleichmäßigem Gitter löst. Berechnen die Lösung für $f(x) = \sin(\pi x)$, $\cos(\pi x)$, $1 - (x - \frac{1}{2})^2$ und $\lambda = 1, \dots, 6$, $\lambda \in \mathbb{N}$. Gegen Sie die Lösung graphisch aus.

Aufgabe 34 Lösen die entsprechende Aufgabe

$$\text{minimiere } \int_Q \left(\frac{1}{2} (u_x^2 + u_y^2) + \lambda u^2 + fu \right) d(x, y), u \in H_0^1((0, 1), \mathbb{R}).$$

auf dem Quadrat $Q = [0, 1] \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^2$ mit den gleichen Werten für λ und $f = \sin(\pi x) \sin(\pi y)$, $1 - x^2 - y^2$ im Raum der Funktionen S die stückweise linear sind auf jedem Dreieck, das man erhält, wenn man mit $h = \frac{1}{n}$ das Gitter mit den Punkten

$$\Gamma_h = \left\{ (\ell h, kh) \mid \ell, k = 0, \dots, n-1 \right\}$$

betrachtet und durch diese Punkte jeweils die Parallelen zur x -Achse, y -Achse und zur Geraden $y - x = 0$ betrachtet.

Bitte beachten Sie, dass die Aufgabe 25 und die Aufgaben 24, 26 teilweise noch nicht besprochen sind, Sie können dafür noch Punkte erhalten.

Abgabe: 23.6.2008