Prof. Dr. Reiner Lauterbach SS2000

Übungen zur Funktionalanalysis mit Anwendungen

Blatt 2

Aufgabe 5 Man gebe eine andere Metrik, als die in der Vorlesung angegebene, auf $X \times X$ an, die zur gleichen Topologie führt!

Aufgabe 6 (a) Man beweise für Hausdorffräume die Trennungseigenschaften **TR1**, **TR2** aus Satz 1.2.10.
(b) Man zeige, ein topologischer Raum ist genau dann kompakt, wenn er die endliche Durchschnittseigenschaft besitzt, d.h. wenn für eine beliebige Familie von abgeschlossenen Mengen gilt: haben je endlich viele nichtleeren Schnitt, folgt, daß der Schnitt aller Mengen nicht leer ist.

Aufgabe 7

1. Man zeige, ist $f : X \to Y$ stetig, so sind Urbilder abgeschlossener Mengen abgeschlossen. Es gilt auch die Umkehrung.
2. Ist f bijektiv, stetig und offen, so ist f ein Homöomorphismus.
3. Bilder kompakter Mengen unter stetigen Abbildungen sind kompakt.
4. f ist genau dann stetig, wenn für jede Teilmenge gilt $f(\bar{A}) \subset \overline{f(A)}$.

Aufgabe 8 Man beweise den Vervollständigungssatz 1.2.22 aus der Vorlesung.

Abgabe 17.4.2000