Funktionalanalysis mit Anwendungen

Vorlesung

Universität Hamburg

Reiner Lauterbach

SS 2000

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Wir wollen die Funktionalanalysis entsprechend dem Kanon, dem in der Literatur weitgehend gefolgt wird, vgl. z.B. Alt [2], behandeln. Als Vorkenntnisse erwarten wir Kenntnisse der linearen Algebra und der Analysis gemäß einem üblichen einführenden Kursus an einer deutschen Hochschule. Insbesondere setzen wir voraus, daß die Hörer mit dem Integralbegriff nach Riemann vertraut sind. Außerdem setzen wir voraus, daß die Eigenschaften von $\mathbb{R}$ und $\mathbb{R}^n$ bekannt sind, sowohl die lineare Struktur, wie auch elementare metrische Eigenschaften. Da wir nicht nur eine abstrakte Theorie von Räumen anbieten wollen, sondern möglichst auch einen reichen Beispielvorrat von Banachräumen kennen lernen wollen, ist es unumgänglich, daß wir uns hinreichend ausführlich mit dem Integralbegriff nach Lebesgue beschäftigen wollen. Dabei folgen wir weitgehend der hervorragenden Darstellung in Alt [2]. Dieses Werk sollte als Begleitlektüre herangezogen werden. Obwohl die Reihenfolge des behandelten Materials oft stark von diesem Werk abweicht, folgt die Präsentation ihm oft. Andere sehr gute Bücher über Funktionalnalysis, aus denen auch Elemente entlehnt wurden, sind Kato [11], Rudin [13], Hirzebruch & Scharlau[9]. Es gibt eine wahre Flut hervorragender Darstellungen der Funktionalanalysis. Dies zeigt vielleicht die Bedeutung, die dieses Gebiet innerhalb eines Jahrhunderts erlangt hat. Wie die historischen Bemerkungen am Rande deutlich machen, ist die Geschichte der Funktionalanalysis eng mit den großen Namen der Mathematik des 20 Jahrhunderts verbunden; hier nur eine Auswahl: Hilbert, Poincaré, Banach, Riesz, Weyl, Fréchet, L. Schwarz.

Noch kurz ein paar Vereinbarungen zur Notation: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$, $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$, $\mathbb{R}$ steht für den Körper der reellen, $\mathbb{C}$ für den Körper der komplexen Zahlen. Alle weiteren Schreibweisen werden formal eingeführt.

Abbildung 1: David Hilbert (23.1.1862-14.2.1943) im Jahr 1900

Abbildung 2: Stefan Banach (30.3.1892-31.8.1945)

Abbildung 3: Hermann Klaus Hugo Weyl (9.11.1885-8.12.1955)