

# Einleitung

In dieser Vorlesung wollen wir uns dem Studium gewöhnlicher Differentialgleichungen widmen, dabei werden wir dies aus der Perspektive der Theorie dynamischer Systeme tun. Dieser Zugang ist relativ neu, hat sich aber weitgehend durchgesetzt. Er ist dabei so erfolgreich, dass sich diese Perspektive auch für das Studium vieler weiterer Gleichungstypen durchgesetzt hat. Dabei sind dynamische Systeme allgemein Systeme, die eine zeitliche Evolution beschreiben, wir werden gleich Beispiele betrachten. Anwendungen gibt es reichlich, dies sogar aus praktisch allen Wissenschaften. Methoden sind ebenfalls weitgefächert, wir können Methoden aus dem Bereich der Analysis verwenden, aber auch die lineare Algebra wird eine Rolle spielen. Oft kann man sich mit numerischen Verfahren einen raschen Überblick über das Verhalten in einem dynamischen System verschaffen. Methoden der Zahlentheorie spielen in dem Gebiet ebenso eine Rolle wie Stochastik und Topologie. Keine Angst, wir wollen uns nur mit der Einführung in das Gebiet befassen, dazu gehört, dass wir uns grundlegende Fragestellungen ansehen, einige wichtige Begriffe und Methoden kennenlernen, aber auch beispielhaft sehen wir die Methoden aus anderen Bereichen das Studium dynamischer Systeme fördern können.

Grundsätzlich stellt man in der Theorie dynamischer Systeme Fragen, die einen sehr langen Zeithorizont betreffen: gibt es ein Gleichgewicht, gibt es periodische Orbits, sind diese global asymptotisch stabil, können wir einen globalen Attraktor angeben, welche Dimension hat dieser, können wir zeitliche und räumliche Mittelwerte angeben, gibt es dazwischen Zusammenhänge. Im ersten Semester werden wir natürlich nur einige wenige dieser Punkte behandeln. Aufbauend auf diese Vorlesung wird es eine Fortsetzung (von Herrn Gunesch) geben, die weiterführende Aspekte behandelt.

Literatur zu den in der Vorlesung behandelten Themen gibt es reich-

haltig, hier ist eine unvollständige Auswahl, die Werke dieser Liste haben auch in der einen oder anderen Weise, die Auswahl und Behandlung der hier vorgestellten Themen beeinflusst.

- Abraham & Robbin [2] geben eine moderne auch unendlich dimensionale Darstellung der Theorie. Für die im Werk behandelten Themen eine hervorragende Einführung, zum Selbststudium vielleicht etwas abstrakt mit wenig Beispielen.
- Amann [3] gibt eine moderne, sehr vollständige Darstellung der Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen. Wir können nur einen Bruchteil des Materials bearbeiten. Das Werk eignet sich auch gut für weiterführende Studien.
- Arnold [4] gibt eine knappe Darstellung der wesentlichen Aspekte einer modernen Theorie von gewöhnlichen Differentialgleichungen.
- Denker [6]
- Devaney [7]
- Gunesch [9]
- Gunesch [10]
- Hale [11] ist der Klassiker der englischsprachigen Literatur. Jack Hale hat mit diesem und vielen anderen Werken, die Grundlagen für den von uns verfolgten Zugang gelegt.
- Hartman [12] hat ein umfangreiches und heute klassisches Werk verfasst, viele Themen findet man nur hier. Als Werk zum Lernen weniger geeignet, sehr gutes und umfangreiches nachschlagewerk zu den behandelten Themen. Moderne Themen fehlen teilweise.
- Hasselblatt & Katok [13]
- Harro Heuser [14] hat hiermit auch einen deutschen Klassiker vorgelegt. Eine sehr umfangreiche Themenauswahl und viele Geschichten rund um das Thema Differentialgleichungen machen es zu einer Fundgrube, zum Lernen und als Begleitlektüre eher nicht geeignet. Es ist mehr ein Ergänzungsbuch, das aber auch Begeisterung für das Fach verrät und wecken kann.

- Katok & Hasselblatt [15]
- Lauterbach [17] wurde von mir Als Skript zur Vorlesung Gewöhnliche Differentialgleichungen verfasst, liegt auch der jetzigen Vorlesung teilweise zu Grunde.
- Palis & de Melo [18] haben hiermit eine hervorragende Einführung in wichtige Aspekte dynamischer Systeme und ihrer Anwendungen auf gewöhnliche Differentialgleichungen geschrieben. Für die Themen der engen Themenauswahl ist es auch zum Selbststudium sehr gut geeignet, als einzige Lektüre zum Thema ist es wohl etwas eng.
- Knobloch & Kappel [16] war lange Zeit ein deutsches grundlegendes Werk, ist inzwischen etwas in die Jahre gekommen.
- Wolfgang Walter [19] hat mit diesem Werk einen vielzitierten deutschen Klassiker verfasst. Viele Ideen aus der Funktionalanalysis und Anwendungen auf Randwertprobleme sind hier enthalten. Der geometrische Zugang zu Anfangswertproblemen und dynamisches Verhalten kommt zu kurz. Als das Buch geschrieben wurde, war dieser Zugang auch noch nicht entwickelt.

Für die historischen Anmerkungen wurden folgende Quellen genutzt:

1. Die Internetseite von St. Andrews College:  
**<http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/history/Indexes/HistoryTopics.html>**
2. Die Brockhaus Enzyklopädie [1]
3. Lexikon bedeutender Mathematiker [8]