

Übungen zu Dynamische Systeme und Differentialgleichungen Blatt 2

Aufgabe 5 Zeigen Sie, dass die Lösung der AWP auf $\mathbb{R}$

$$\begin{aligned}\dot{u} &= u^2 \\ u_0 &= 1\end{aligned}$$

in endlicher Zeit jede kompakte Teilmenge von $\mathbb{R}$ verlässt. („blow up in finite time“).

Aufgabe 6 Man begründe, daß jede Lösung der Gleichung $u'' + u = 0$ die Form $c_1 \cos x + c_2 \sin x$ mit zwei reellen Konstanten $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ hat.

Aufgabe 7 (a) Finden Sie einen weiteren wahren selbstreferentiellen Satz der in der Vorlesung angegebenen Form.

(b) Formulieren Sie die Aufgabenstellung für andere Systeme als das Dezimalsystem, geben Sie für das Zahlensystem zur Basis 4 einen wahren Satz der angegebenen Form an.

(c) Übersetzen Sie den periodischen Orbit

$$z_1 = (1, 7, 4, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T, z_2 = (1, 8, 2, 1, 2, 1, 1, 1, 1, 1)^T$$

für die Abbildung Ψ aus (1.15) in (einen) sprachliche(n) Sätze (Satz).

Aufgabe 8 Es sei $L : \mathbb{N}^{10} \rightarrow \mathbb{N}$ gegeben durch

$$L(x) = \sum_{i=1}^{10} x_i.$$

Zeigen Sie für die Abbildung Ψ aus Gleichung (1.15), dass

- (a) für alle $x \in \mathbb{N}^{10}$ gilt $L(\Psi(x)) \geq 20$,
- (b) für alle $x \in \mathbb{N}^{10}$ mit $L(x) \leq 21$ gilt $L(\Psi(x)) \leq 21$.
- (c) für $x \in \mathbb{N}^{10}$ mit $L(x) > 21$ gilt

$$L(\Psi(x)) < L(x).$$

Was folgt für L -Werte der Iterierten eines Punktes $x_0 \in \mathbb{N}^{10}$?

Abgabe: 18.4.2008