

Übungen zu Dynamische Systeme

Blatt 9

Aufgabe 32 Es sei (M, d) ein kompakter metrischer Raum, zeigen Sie es gibt eine abzählbare dichte Teilmenge $S \subset C(M; \mathbb{R})$.

Aufgabe 33 Betrachten Sie orientierungserhaltende Homöomorphismen $f : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{S}^1$ des Einheitskreises und beschreiben Sie für die verschiedenen Möglichkeiten (Rotationszahl rational, irrational, f konjugiert zur entsprechenden Drehung oder nicht) invariante Maße. Ist Ihre Liste der invarianten Maße vollständig.

Aufgabe 34 Zeigen Sie, dass die Abbildung $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ für

$$f : [0, 1] \rightarrow [0, 1] : x \mapsto \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

kein invariantes Borelmaß besitzt.

Aufgabe 35 Es sei (X, μ) ein Maßraum, $A \subset X$ meßbar, $\mu(A) > 0$. Ferner sei $T : X \rightarrow X$ eine maßerhaltende Abbildung und μ_A das bedingte Maß

$$\mu_A(B) = \frac{\mu(A \cap B)}{\mu(A)}.$$

Für $x \in A$ sei $0 \neq n(x) \in \mathbb{N}$ minimal mit der Eigenschaft $T^{n(x)}(x) \in A$. Dann definiert

$$T_A(x) = T^{n(x)}(x) : A \rightarrow A$$

eine maßerhaltende Abbildung für den Maßraum (A, μ_A) .

Abgabe: 8.1.2008