

Übungen zu Dynamische Systeme

Blatt 4

Aufgabe 13 Es sei $f : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{S}^1$ eine stetige Abbildung mit $\deg(f) = 1$ und Lift $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass die beiden folgenden Grenzwerte existieren:

$$\tau^+ = \lim_{n \rightarrow \infty} \max_{z \in \mathbb{R}} \frac{F^n(z) - z}{n}, \quad \tau^- = \lim_{n \rightarrow \infty} \min_{z \in \mathbb{R}} \frac{F^n(z) - z}{n}.$$

Aufgabe 14 Beweisen Sie unter den Voraussetzungen der vorigen Aufgabe, dass die sogenannte Rotationsmenge

$$R(F) = \left\{ \tau \in \mathbb{R} \mid \exists z \in \mathbb{R} : \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F^n(z) - z}{n} = \tau \right\}$$

nichtleer ist.

Aufgabe 15 Ist f ein orientierungsumkehrender Homöomorphismus, so hat f zwei Fixpunkte und Rotationszahl 0. Beachten Sie die Voraussetzungen der Sätze, die Sie verwenden wollen.

Aufgabe 16 Es sei $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(0) \leq 0$, $f(1) \leq 0$ und $f(t) > 1$ für mindestens ein $t \in (0, 1)$. Zeigen Sie

(a) $P_n(f) \geq 2^n$.

(b) Zu jedem $n \in \mathbb{N}$ existiert mindestens ein $z \in [0, 1]$ mit minimaler Periode $|n|$.

Abgabe: 20.11.2007