

Übungen zu Dynamische Systeme

Blatt 2

Aufgabe 5 Es sei $\{\alpha\}_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge, so dass ein $p \in \mathbb{N}$ und ein $K \in \mathbb{R}$ existiert mit

$$\alpha_{n+m} \leq \alpha_n + \alpha_{m+p} + K$$

für alle $n, m \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, die Folge

$$\left\{ \frac{\alpha_n}{n} \right\}_{n \in \mathbb{N}}$$

konvergiert entweder gegen eine reelle Zahl, oder die Folge konvergiert gegen $-\infty$. Hinweis: Zeigen Sie zuerst die Form mit $p = 0$ und $K = 0$ und führen Sie die allgemeine Aussage auf diese zurück.

Aufgabe 6 Untersuchen Sie die Abbildung F , die sich aus der periodischen Fortsetzung von

$$F_0 : [0, 1] \rightarrow [0, 1] : z \mapsto 4z(1 - z)$$

auf $\mathbb{R}$ ergibt und bestimmen Sie die Anzahl der periodischen Punkte der Periode n zu 2^n .

Aufgabe 7 Angenommen ein orientierungserhaltender Homöomorphismus $f : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{S}^1$ hat einen periodischen Orbit der Periode $q \in \mathbb{N}$. Entscheiden Sie, ob zwischen den Zahlen q , $\deg(f)$ und der Rotationszahl $\tau(f)$ eine Beziehung besteht und falls ja, beweisen Sie diese.

Aufgabe 8 Es sei $f : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{S}^1$ stetig, so dass der Lift F monoton (steigend) ist und $F(z + 1) = F(z) + 1$ gilt, d.h. dass $\deg(f) = 1$ ist. Zeigen Sie, dass es zu f eine Rotationszahl $\tau(F)$ gibt, dass τ invariant unter Konjugation mit orientierungserhaltenden Homöomorphismen ist, und f genau dann einen periodischen Punkt besitzt, wenn $\tau(F)$ rational ist.

Abgabe: 6.11.2007