

Übungen zu Dynamische Systeme

Blatt 10

Aufgabe 36 Beweisen Sie Korollar 3.1.16.

Aufgabe 37 Sei $S : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ die Spiegelung an der x -Achse. Bestimmen Sie alle bezüglich der Gruppe

$$\mathbb{D}_3 = \langle R_{\frac{2\pi}{3}}, S \rangle$$

polynomialen äquivarianten Abbildungen ersten, zweiten und dritten Grades $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$. Können Sie alle solchen polynomialen Abbildungen (beliebiger Grad) angeben? Arbeiten Sie komplex!

Aufgabe 38 Es sei $f_t : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ eine einparametrische Schar $\mathbb{D}_3$ -äquivarianter differenzierbarer Abbildungen mit $t \in (-1, 1)$. Es gebe ein $\varepsilon > 0$ mit $t \in (-1, 0)$ impliziert, dass $f_t(0) = 0$ und dieser Fixpunkt asymptotisch stabil ist mit Spektrum von $\sigma(Df_t(0)) \subset B_{\delta(t)}(0)$ mit $0 \leq \delta(t) < 1$. Für $t = 1$ liege ein Eigenwert von f auf dem Einheitskreis. Der Eigenwert $\lambda(t)$ mit $|\lambda(0)| = 1$ sei differenzierbar in t mit $\lambda'(0) \neq 0$. Zeigen Sie für $t > 0$ gibt es mindestens drei nichttriviale Fixpunkte von f nahe $x = 0$. Können es mehr als drei Fixpunkte sein, gibt es Fälle für die es genau drei Fixpunkte gibt? (Hinweis: Die Formulierung ist deutlich länger als die Aufgabe schwer ist. Untersuchen Sie die Linearisierung bei $t = 0$! Sind beide Eigenwerte auf dem Einheitskreis? Welche Werte sind möglich? Versuchen Sie ein Beispiel zu diskutieren.)

Aufgabe 39 Kann man für die Fixpunkte aus der vorigen Aufgabe Aussagen über die Stabilität machen? Wenn ja, welche Stabilitätsaussagen kann man treffen? Diskutieren Sie Beispiele.

Abgabe: 15.1.2008