Universität Hamburg
Fachbereich Mathematik

Winter 2016/17
Janko Latschev

# Grundlagen der Mathematik

## Übungsblatt 8

### Präsenzaufgaben

### (P13) Primfaktorzerlegungen

Bestimmen Sie die Primfaktorzerlegungen der folgenden Zahlen:

**a)** 66 **b)** 80 **c)** 236 **d)** 527.

### (P14) Multiplikation einmal anders

Zur Multiplikation zweier beliebiger natürlicher Zahlen $x$ und $y$ wird folgendes Verfahren vorgeschlagen:

- Man beginnt eine zweispaltige Tabelle mit den beiden Zahlen $x$ und $y$.
- In jeden Schritt verdoppelt man nun die erste Zahl der vorherigen Zeile, und betrachtet den Quotienten der zweiten Zahl bei Division durch 2 (falls ein Rest auftritt, wird dieser nicht weiter beachtet). Dieses Verfahren führt man so lange durch, bis in der zweiten Spalte eine 1 steht.
- Nun streicht man all diejenigen Zahlen in der ersten Spalte, neben denen in der zweiten Spalte eine gerade Zahl steht, und addiert die verbleibenden Zahlen.

**Behauptung:** *Das so erhaltene Ergebnis ist stets das Produkt von $x$ und $y$.*

**a)** Führen Sie das Verfahren für zwei dreistellige Zahlen durch. Stimmt die Behauptung in Ihrem Beispiel?

**b)** Beweisen oder widerlegen Sie die oben formulierte Behauptung.

### (P15) Resteverwertung

Mit welcher Ziffer endet die Zahl $2^{2016}$ im Dezimalsystem?

**Bitte wenden!**

**Übungsaufgaben mit Abgabetermin Mo, 12.12.16, zu Beginn der Vorlesung**

**(A20) Rechnungen in ungewohnten Stellensystemen** **(2+2 Punkte)**

Berechnen Sie schriftlich im System mit der angegebenen Basis jeweils Summe, Differenz, Produkt sowie Quotient und Rest bei Division mit Rest der beiden angegebenen Zahlen.

**a)** $1010101_2$ und $101011_2$

**b)** $1301_4$ und $123_4$

*Bemerkung: Es lohnt sich, anschließend die Probe im Dezimalsystem durchzuführen.*

**(A21) Mehr Teilbarkeit** **(2+2+3+3 Punkte)**

**a)** Bestimmen Sie jeweils die kleinste Zahl $n$, so dass $n!$ durch 80 bzw. durch 990 teilbar ist.

**b)** Bestimmen Sie, mit wievielen Nullen die Zahl 200! endet.

Beweisen Sie folgende Aussagen:

**c)** Eine natürliche Zahl ist genau dann durch 3 oder durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme (d.h. die Summe ihrer Ziffern) im Dezimalsystem durch 3 bzw. durch 9 teilbar ist.

**d)** Eine natürliche Zahl ist genau dann durch 11 teilbar, wenn ihre alternierende Quersumme (d.h. letzte Ziffer minus vorletzte Ziffer plus drittletzte Ziffer usw.) im Dezimalsystem durch 11 teilbar ist.

**(A22) Halbgruppen** **(2+2+2 Punkte)**

Entscheiden Sie, ob folgende Teilmengen der natürlichen Zahlen jeweils mit der angegebenen Operation eine Halbgruppe bilden.

**a)** $M_1 = 2\mathbb{N} = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists\, k \in \mathbb{N} : n = 2k\}$ mit der Addition.

**b)** $M_2 = 2\mathbb{N} \cup 3\mathbb{N} = \{n \in \mathbb{N} \mid (\exists\, k \in \mathbb{N} : n = 2k) \text{ oder } (\exists\, k \in \mathbb{N} : n = 3k)\}$ mit der Addition.

**c)** $M_2$ mit der Multiplikation.